

À remettre le mercredi 3 avril 2013

1 _____ (20 points)

Formuler les contraintes suivantes comme des contraintes linéaires impliquant des variables entières. Dans tous les cas, faire l'hypothèse que les variables x_j appartiennent à l'intervalle $[0, M]$.

- $u = \min\{x_1, x_2\}$.
- $u = |x_1 - x_2|$.
- $x_1x_2 = 0$.
- $u \in X - \{a\}$, où $a \in X$ et $X = \{x \in Z^n : Ax \leq b\}$.

2 _____ (25 points)

Le puzzle "Instant Insanity" consiste à disposer l'un sur l'autre quatre cubes dont les faces portent l'une des couleurs Blanc, Bleu, Vert ou Rouge, de façon à créer une tour dont chaque côté comporte les quatre couleurs. Voir par exemple

http://en.wikipedia.org/wiki/Instant_Insanity

Formuler ce problème à l'aide de contraintes linéaires en nombres entiers.

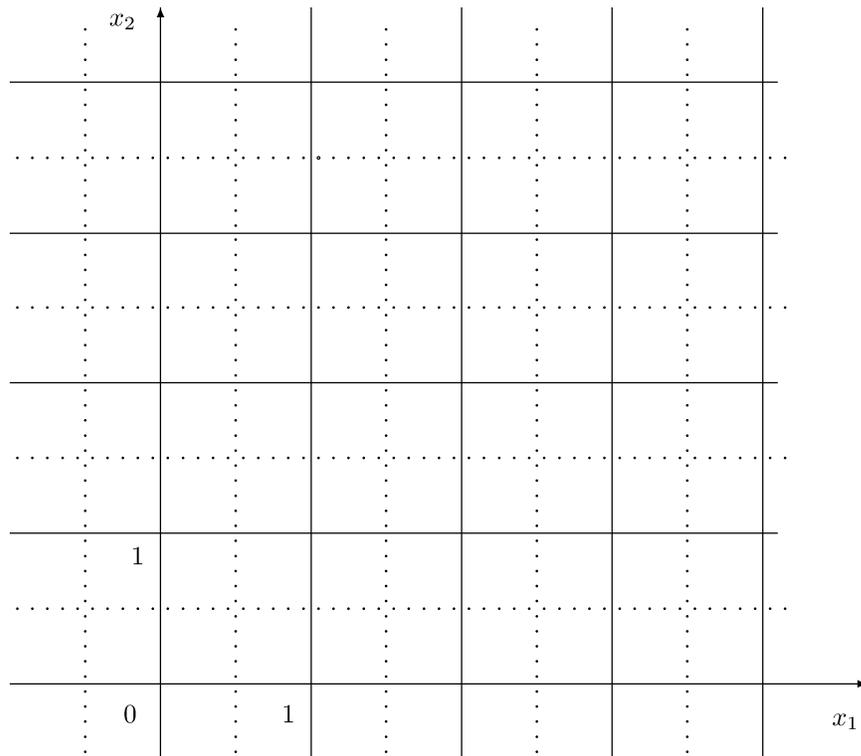
3 _____ (30 points)

Soit le programme linéaire en variables entières :

$$\begin{array}{ll} \max_{x_1, x_2} & x_1 - x_2 \\ & x_1 + x_2 \geq 1 \\ & -x_1 + x_2 \leq 1 \\ & 4x_1 - 6x_2 \leq 9 \\ & 10x_1 + 4x_2 \leq 41 \quad x_1, x_2 \text{ entiers non négatifs.} \end{array}$$

1. Tracer le domaine réalisable sur la partie quadrillée de la page ;
2. énumérer l'ensemble des points admissibles ;
3. quelle est la solution optimale (justifier votre réponse) ?
4. où se trouve sur la figure la solution optimale de la relaxation linéaire du problème ?
5. trouver une coupe de Gomory à la solution optimale de la relaxation linéaire ; tracer la droite correspondant à cette coupe sur le graphique ;

6. résoudre le problème par la technique de Branch-and-Bound. Brancher sur la variable x_1 en priorité. Vous pouvez trouver “géométriquement” la solution des problèmes linéaires.



Soit le programme linéaire en variables entières

$$\begin{aligned} \max \quad & c_1x_1 + c_2x_2 \\ Ax \leq & b \\ x_1, x_2 \text{ entiers non négatifs.} \end{aligned}$$

où les coefficients c_1 et c_2 sont entiers.

En appliquant la technique de Branch-and-Bound (parcours de l'arbre **en profondeur**) un étudiant obtient l'arbre d'énumération partiel suivant, où sont indiquées la valeur z et la solution optimale de la relaxation linéaire. Identifier 5 erreurs grossières ou impossibilités lors du parcours de cet arbre.

