IFT 2121 H2000 **Pierre McKenzie**
Introduction à l'algorithmique

Devoir 1

à remettre *au plus tard* le vendredi 21 janvier à 8:31

Rappel: formez si possible des groupes de 3 (bien identifiés) et remettez une seule copie par groupe

IMPORTANT: La perception de l'utilité des devoirs varie d'une personne à l'autre, et parfois selon qu'on est étudiant ou prof. Pour la perception du prof, voici: les devoirs servent à bien faire comprendre la matière, et deux erreurs sont à éviter:
• *se partager carrément les numéros d'un devoir entre les membres d'une même équipe;* car la personne A qui n'a pas travaillé à solutionner le numéro j n'aura pas eu l'immense privilège d'approfondir la matière relative au numéro j (une variante de cette raison est que la personne A pourra se trouver incommodée si le numéro j se rematérialise lors d'un examen).
• *plagier une autre équipe;* pour la même raison que ci-dessus (même si sa variante, que vous pouvez sans doute deviner, diffère).

1. Combien de permutations peuvent être engendrées en composant entre elles, de toutes les façons possibles, les permutations (123), (234), et (345)?
   Vous devez bien sûr justifier votre réponse, sur la base de l'algorithme de tamisage vu en cours, supposé correct. Mais il n'est pas nécessaire d'appliquer aveuglément l'algorithme. Si des trucs vous permettent d'arriver plus rapidement à la conclusion, expliquez-vous et allez-y!

2. Justifiez: à tout moment lors de la construction du tableau T obtenu par tamisages successifs, tout produit de la forme
   $$a_n * a_{n-1} * \cdots * \cdots a_2 * a_1$$
   est unique, où chaque a_j provient d'une case remplie de la ligne j (on appelle *remplie* une case de T qui ne contient pas `Ident` à moins d'être sur la diagonale).
   Indice. Supposez que $a_n * a_{n-1} * \cdots * \cdots a_2 * a_1 = b_n * b_{n-1} * \cdots * \cdots b_2 * b_1$ alors que les cases remplies dont proviennent les a_j et les b_j ne sont pas toutes identiques, et obtenez une contradiction. Vous pouvez faire appel à tout ce qui fut démontré en classe ou en TP.

3. Donnez avec justification, <u>en vous servant uniquement de la définition de O</u>, les conditions précises sur les constantes $a, b, c, d \in \mathbb{R}^{\geq 0}$ permettant d'écrire $O(an + b) = O(cn + d)$.

4. (Cette question est similaire aux problèmes 3.21 et 3.22 du livre, mais avec l'usage de Ω au lieu de O.) En vous servant des relations "$\subset$" et "$=$", arrangez les $\Omega(f(n))$ en séquence lorsque $f(n)$ prend tour à tour les valeurs suivantes:
   $$2^{n/3} \quad n^5 \quad (n+1)! \quad (4/3)^n \quad n! \quad n^{2\log n} \quad (n + \log n)^5.$$
   L'usage du symbole "$\subseteq$" est interdit. Justifiez vos réponses (en utilisant cette fois à votre gré les résultats développés en cours et dans le livre).