IFT 2121 H2000 **Pierre McKenzie**
Introduction à l'algorithmique

Devoir 2

à remettre *au plus tard* le vendredi 4 février à 8:31

Rappel: formez si possible des groupes de 3 et remettez une seule copie par groupe.

1. Soient $f(n) = \sum_{i=0}^{n} 1/3^i$ et $g(n) = \sum_{i=0}^{n} \log i$. Exprimez le plus simplement possible les ensembles de fonctions $\mathbb{N} \to \mathbb{R}^{\geq 0}$ suivants:
   - $O(f) + O(g)$ (sans justification)
   - $\Omega(f) + \Omega(g)$ (sans justification)
   - $\Omega(f) + O(g)$ (justifiez celle-ci).

2. Soit la fonction $T : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^{\geq 0}$ définie par

$$T(n) = \begin{cases} 4 & \text{si } n \leq 1, \\ 64T(\lceil n/4 \rceil) + (n \log n)^3 & \text{sinon.} \end{cases}$$

   En utilisant la méthode de votre choix, donnez (en expliquant votre méthode) une fonction simple $f(n)$ telle que $T(n) \in \Theta(f(n))$.

3. Résolvez exactement la récurrence suivante.

$$t_n = \begin{cases} 5 & \text{si } n = 0, \\ 9 & \text{si } n = 1, \\ 5t_{n-1} - 6t_{n-2} + 2^{n-1} & \text{si } n \geq 2. \end{cases}$$

   Exprimez simplement votre réponse en notation Θ.

4. Résolvez exactement la récurrence suivante lorsque n est puissance de 3.

$$T(n) = \begin{cases} 2 & \text{si } n = 1, \\ 5T(n/3) + 16 \log_3 n & \text{si } n = 3^k > 1. \end{cases}$$

   Exprimez simplement votre réponse en notation Θ.