

Vision par ordinateur: Modèles de caméra

Sébastien Roy
Jean-Philippe Tardif

Département d'Informatique et de recherche opérationnelle
Université de Montréal



Hiver 2007

Au programme

- 1 Introduction
- 2 Modèle perspective
- 3 Modèle affine
- 4 Modèles de distorsion
- 5 Autres modèles

Sommaire

- 1 Introduction
- 2 Modèle perspective
- 3 Modèle affine
- 4 Modèles de distorsion
- 5 Autres modèles

Projection

Associer un point 2D de l'image à un point 3D de la scène.

$$(x, y) = g(X, Y, Z)$$

Perspective Modèle le plus réaliste pour les caméras photographiques

Affine :

Orthographique Modèle réaliste pour certaines caméras (rayon-X)

Perspective-Faible (*Weak-Perspective, Scaled-Orthographic*)
Hypothèse : perspective avec caméra loin des objets

Caméra à infinie Généralisation

Projection

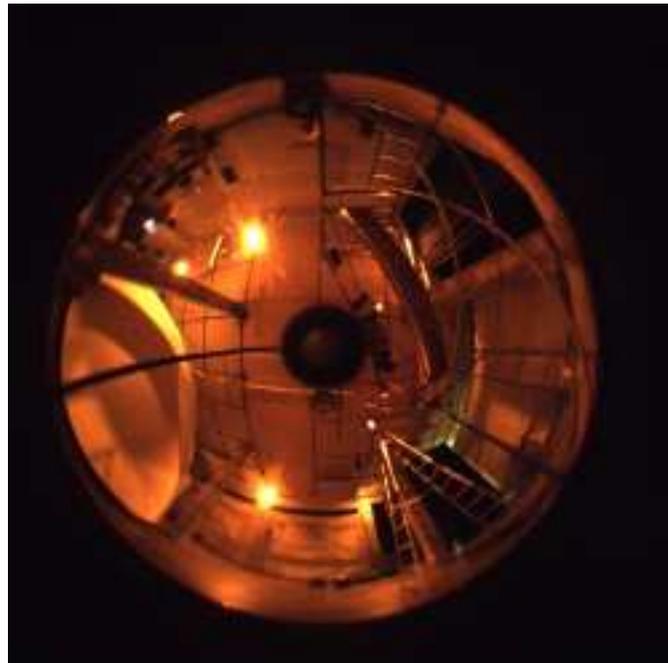
$$(x, y) = \hat{g}(X, Y, Z),$$

plus généralement $(x, y, h) = g(X, Y, Z, H)$

Les fonctions g et \hat{g} peut être non-linéaire. Par ex :

- Distorsion d'image
- Caméra catadioptriques (lentilles + miroir courbé)

Image d'une caméra catadioptrique :



Plusieurs modèles

- Pourquoi tant de modèles ?
Chaque hypothèse simplificatrice diminue le réalisme du modèle mais simplifie le traitement mathématique.
- Ne pas oublier...
En vision, on veut récupérer les paramètres du modèle de caméra. On doit donc trouver un compromis :

Compromis

modèle très précis \leftrightarrow difficile à résoudre

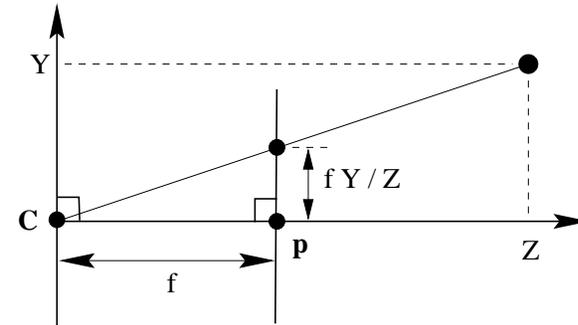
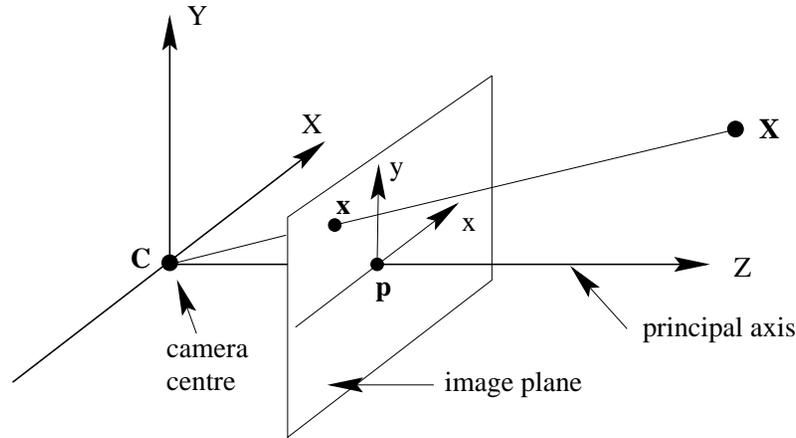
VS

modèle facile à résoudre \leftrightarrow trop simpliste

Sommaire

- 1 Introduction
- 2 Modèle perspective**
- 3 Modèle affine
- 4 Modèles de distorsion
- 5 Autres modèles

Projection perspective



Axe principal Axe optique de la caméra

C Centre de la caméra

X Un point en 3D

x Le point projeté dans l'image

f Distance focale : où se trouve le plan image

$$x = f \frac{X}{Z} \quad y = f \frac{Y}{Z}$$

$$\mathbf{x} = (x \quad y \quad f)^T$$

Forme matricielle

Forme de la matrice de projection perspective :

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = [\mathbf{I}_{3 \times 3} \quad \mathbf{0}]$$

- Caméra en position canonique (aucune translation/rotation)

Système de coordonnées

Trois systèmes de coordonnées distincts :

Le monde (ou la scène)

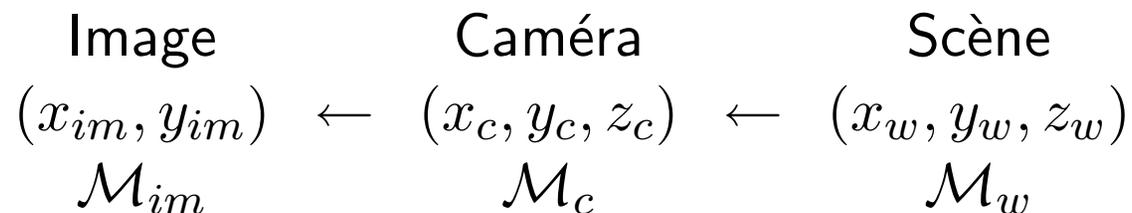
Système de référence connu. Tout (caméra, objet, etc...) est défini par rapport à ce système de coordonnées.

La caméra

Système dans lequel s'effectue la projection des points 3D vers 2D.

L'image

Système établissant la référence aux pixels.



Paramètres de caméra

Décrivent la transformation du système de coordonnées de la scène vers celui de l'image.



On sépare les paramètres en deux grandes catégories :

Paramètres externes (*extrinsèque, extrinsic*)

Position et orientation de la caméra par rapport à la scène.

Paramètres internes (*intrinsèque, intrinsic*)

Caractéristiques de la caméra elle-même.

Ces paramètres ne changent pas si on déplace la caméra.

- Relié au changement de zoom, focus...

Paramètres externes (*external*)

- Transformation euclidienne (ou rigide)
- Ramène le système de coordonnées pour que la caméra soit en position canonique
- Généralement, on fait la translation en premier
Mais pas nécessairement

$$\mathcal{M}_{3 \times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & 0 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & 0 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{Paramètres externes}}$$
$$= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{R} & \mathcal{R}\mathbf{t} \\ \mathbf{0}^\top & 1 \end{bmatrix} = [\mathcal{R} \quad \mathcal{R}\mathbf{t}]$$

\mathcal{M} fait le transfert du monde à la caméra

Paramètres internes

Projection canonique :

$$\mathbf{p} = [\mathbf{I} \quad 0] \mathbf{P}$$

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \rightarrow \hat{\mathbf{p}} = \begin{pmatrix} X/Z \\ Y/Z \end{pmatrix}$$

Paramètres internes

Passage du système de la caméra à celui de l'image

Distance focale et ratio d'aspect aspect :

$$\begin{aligned}\mathbf{p} &= \begin{bmatrix} kf & 0 & 0 \\ 0 & lf & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [\mathbf{I} \ 0] \mathbf{P} \\ &= \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [\mathbf{I} \ 0] \mathbf{P}\end{aligned}$$

f Distance focale de la caméra

k facteur d'échelle en X

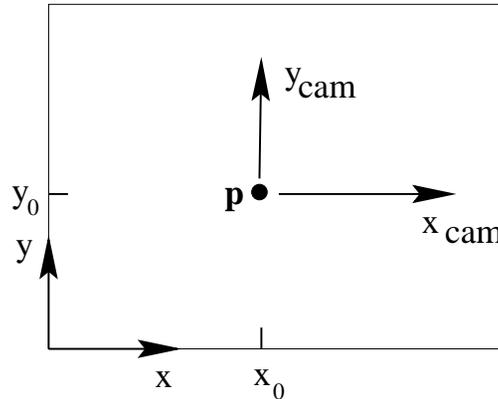
l facteur d'échelle en Y

$\alpha = kf$ Distance focale en X , en pixel

$\beta = lf$ Distance focale en Y , en pixel

Si les pixels sont carrés : $\alpha = \beta$, comme dans les caméras récentes

Paramètres internes



$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [\mathbf{I} \quad 0] \mathbf{P}$$

- $(u_0 \quad v_0)^T$ Point principal
- Intersection de l'axe optique avec le plan image

Donc :

$$\begin{bmatrix} \alpha & 0 & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [\mathbf{I} \quad 0] \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \times \\ 1 \end{pmatrix} \propto \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Paramètres internes

L'angle θ entre les axes du système de coordonnées (*skew*)

$$\mathcal{K} = \begin{bmatrix} \alpha & -\alpha \cot \theta & u_0 \\ 0 & \beta / \sin \theta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Matrice triangulaire supérieure
- PAS défini à un facteur d'échelle ($\mathcal{K}_{33} = 1$)
- 5 paramètres au maximum
 - Mais 3 pour les caméras récentes
 - $\alpha = \beta, \theta = 0$

Modèle complet

$$\begin{aligned}\mathcal{M} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha & -\alpha \cot \theta & u_0 \\ 0 & \beta / \sin \theta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{internes}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & 0 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & 0 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{externes}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \mathcal{K} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^\top & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^\top & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^\top & 1 \end{bmatrix} \\ &= \mathcal{K} \mathcal{R} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{t} \end{bmatrix} \\ &= \mathcal{K} \begin{bmatrix} \mathcal{R} & \mathcal{R} \mathbf{t} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Autre notation :

$$\mathcal{M} = \mathcal{K} \begin{bmatrix} \mathcal{R} & -\mathcal{R} \hat{\mathbf{C}} \end{bmatrix}$$

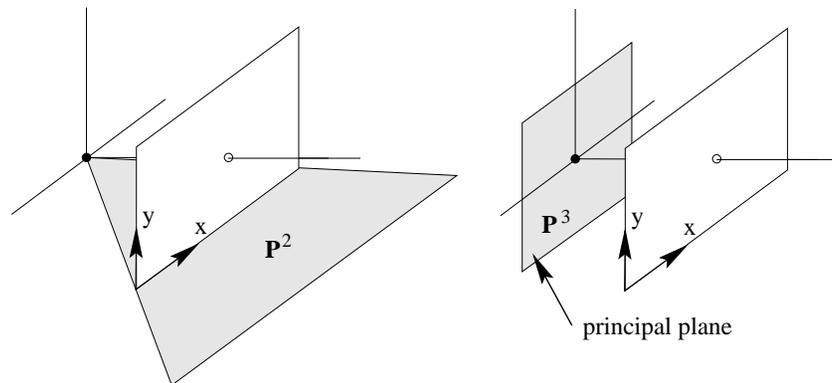
où

- $\hat{\mathbf{C}}$: Le centre de la caméra dans \mathbb{R}^3
- On dit aussi caméra fini : le centre n'est JAMAIS à l'infini

Caractéristiques de \mathcal{M}

$$\mathcal{M} = [\mathbf{m}_1 \quad \mathbf{m}_2 \quad \mathbf{m}_3 \quad \mathbf{m}_4] = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1^T \\ \mathbf{M}_2^T \\ \mathbf{M}_3^T \end{bmatrix}$$

- $\mathbf{m}_{1,2,3}$: points de fuite en X, Y, Z
- \mathbf{m}_4 : projection de l'origine du monde dans l'image
- $\mathbf{M}_{1,2}^T$ Plan passant par l'axe des Y et X de l'image
- \mathbf{M}_3^T : Plan principal



Caractéristiques de \mathcal{M}

On pose

$$\mathcal{M} = [\mathcal{A} \quad \mathbf{b}] \quad \text{et} \quad \mathcal{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1^\top \\ \mathbf{A}_2^\top \\ \mathbf{A}_3^\top \end{bmatrix}$$

- La projection est perspective si :
 $\det(\mathcal{A}) \neq 0$, autrement dit, $\text{rang}(\mathcal{A}) = 3$
- Les axes de l'image sont à 90 degrés (*zero-skew*) si :
 $(\mathbf{A}_1 \times \mathbf{A}_3)^\top (\mathbf{A}_2 \times \mathbf{A}_3) = 0$
- Le ratio d'aspect est 1 si :
 - 1- *zero-skew*
 - 2- $(\mathbf{A}_1 \times \mathbf{A}_3)^\top (\mathbf{A}_1 \times \mathbf{A}_3) = (\mathbf{A}_2 \times \mathbf{A}_3)^\top (\mathbf{A}_2 \times \mathbf{A}_3)$

Attention au livre de Forsyth et Ponce

Nous utilisons :

$$\mathbf{p} \propto \mathcal{M}\mathbf{P} = \propto \mathcal{M}(X \ Y \ Z \ 1)^T$$

avec $\mathbf{p} \in \mathbb{P}^3$ et donc

$$\hat{\mathbf{p}} = (X/Z \ Y/Z)^T$$

Dans le livre, ils font souvent

$$(\hat{\mathbf{p}}^T \ 1)^T = \mathbf{p} = \frac{1}{Z} [\mathbf{I} \ 0] \mathbf{P}$$

- Notez les =
- C'est bon dans ce cas, mais c'est pas bon en général.

En général, il faut écrire plutôt

$$\hat{\mathbf{p}} = \left(\begin{array}{c} \mathbf{M}_1^T \mathbf{P} \\ \mathbf{M}_3^T \mathbf{P} \end{array} \right)^T$$

Caméra perspective générale

Matrice de projection perspective : $\mathbb{P}^3 \rightarrow \mathbb{P}^2$

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \end{bmatrix}$$

Projection sur un plan **projectif**

Décomposition :

$$\mathcal{M} = [\text{homographie 3 par 3}] \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0} \end{bmatrix} [\text{homographie 4 par 4}]$$

- Nos caméras sont euclidiennes
- Auto-calibration de caméra : projectif \rightarrow euclidien
(plus tard dans le cours)

Profondeur d'un point 3D

Définition

Distance du point dans la direction de l'axe optique de la caméra

- Pas la même chose que la distance à la caméra !
- Caméra finie :

$$\text{pour } h(x \ y \ 1)^T = \mathcal{M}\mathbf{P} = \mathcal{M} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ H \end{pmatrix}$$

$$\text{depth}(\mathbf{P}, \mathcal{M}) = \frac{\text{sign}(\det \mathcal{H})h}{H \|\mathbf{h}^3\|}$$

avec

- $\mathcal{M} = [\mathcal{H}_{3 \times 3} \ \mathbf{m}_4]$
- \mathbf{h}^3 est la troisième rangée de \mathcal{H}

Sommaire

- 1 Introduction
- 2 Modèle perspective
- 3 Modèle affine**
- 4 Modèles de distorsion
- 5 Autres modèles

Caméra affine

Définition

Caméra dont la dernière rangée est de la forme $(0 \ 0 \ 0 \ 1)^T$.

inclus :

- Orthographique
- Orthographique à un facteur d'échelle (*scaled orthographic*)
- Perspective faible
- Caméra à l'infini

N.B. : Les livres ont souvent des façons bien différentes de présenter les choses, avec différents termes pour la même chose

Caméra Orthographique

$$x = X \quad y = Y$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \propto \mathcal{M} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Si on ajoute une transformation rigide $\mathcal{H} = \begin{bmatrix} \mathcal{R} & \mathcal{R}\mathbf{t} \\ \mathbf{0}^\top & 1 \end{bmatrix}$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathcal{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^\top & \mathbf{r}_1^\top \mathbf{t} \\ \mathbf{r}_2^\top & \mathbf{r}_2^\top \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^\top & 1 \end{bmatrix}$$

avec r_i^\top les rangés de \mathcal{R}

- Profondeur d'un point ne change rien à sa projection
- 5 degrés de liberté

Scaled orthographic ou perspective faible

Définition

Caméra orthographique avec un facteur d'échelle isotrope

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

le modèle complet est donc :

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^\top & \mathbf{r}_1^\top \mathbf{t} \\ \mathbf{r}_2^\top & \mathbf{r}_2^\top \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^\top & 1/k \end{bmatrix}$$

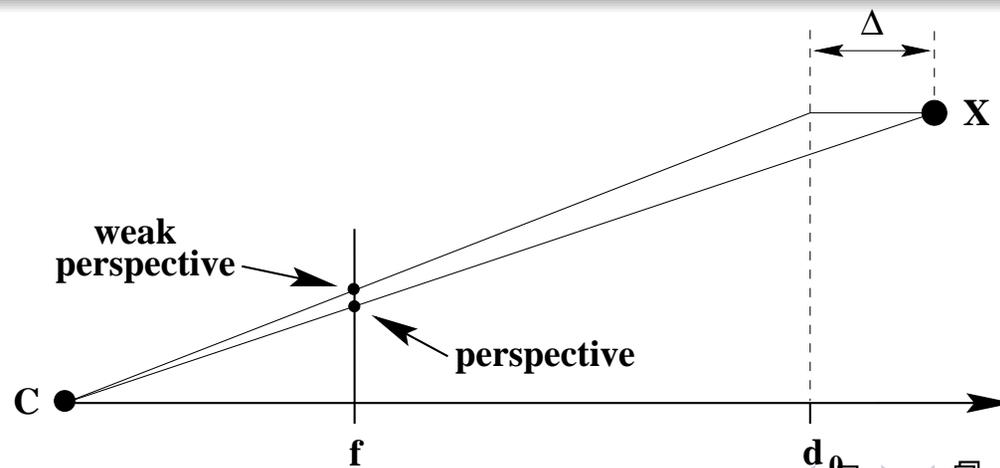
Caméra Perspective-Faible

$$x = \frac{X}{Z_r} \quad y = \frac{Y}{Z_r}$$

avec Z_r , la profondeur de tous les points (souvent la moyenne de la profondeur des points 3D)

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_r \end{bmatrix}$$

Observez bien que Scaled orthographic et perspective faible sont la même chose avec une interprétation différente de k ou Z_r .



Caméra Perspective-Faible plus générale

$$x = \frac{\alpha}{Z_r} X \quad y = \frac{\beta}{Z_r} Y$$

- Facteurs d'échelle différent en x et y

$$\mathcal{K} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{M} = \mathcal{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^\top & \mathbf{r}_1^\top \mathbf{t} \\ \mathbf{r}_2^\top & \mathbf{r}_2^\top \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^\top & 1 \end{bmatrix}$$

Encore plus générale

- on ajoute le skew pour les pixels et le point principal

$$\mathcal{K} = \begin{bmatrix} \alpha & -\alpha \cot \theta & u_0 \\ 0 & \beta / \sin \theta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{M} = \mathcal{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^\top & \mathbf{r}_1^\top \mathbf{t} \\ \mathbf{r}_2^\top & \mathbf{r}_2^\top \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^\top & 1 \end{bmatrix}$$

- Même matrice de paramètres internes que perspective

Matrice de projection 2×4

- Hypothèse : point 3D de la forme $\mathbf{P} = [X \ Y \ Z \ 1]^T$

on peut donc réécrire la projection :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Par simplement :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_{14} \\ m_{24} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Caméra à l'infini

Autre explication au fait que la profondeur des points n'a pas d'influence sur leur projection :

Caméra affine \equiv à l'infini

On peut toujours interpréter une caméra affine comme une caméra à l'infini.

Le noyau droit de
$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 est

$$\left(-\frac{m_{13}m_{22} - m_{12}m_{23}}{m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21}} \quad -\frac{m_{13}m_{21} - m_{11}m_{23}}{m_{12}m_{21} - m_{11}m_{22}} \quad 1 \quad 0 \right)^T$$

un point à l'infini !

Caméra à l'infini : explication

Pour une caméra perspective

- Reculer la caméra le long de son axe optique
- zoomer, *i.e.* augmenter la distance focale

$$\mathcal{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^\top & -\mathbf{r}_1^\top (\hat{\mathbf{C}} - t \mathbf{r}_3) \\ \mathbf{r}_2^\top & -\mathbf{r}_2^\top (\hat{\mathbf{C}} - t \mathbf{r}_3) \\ \mathbf{r}_3^\top & -\mathbf{r}_3^\top (\hat{\mathbf{C}} - t \mathbf{r}_3) \end{bmatrix}$$

qu'on peut simplifier par

$$\mathcal{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^\top & -\mathbf{r}_1^\top \hat{\mathbf{C}} \\ \mathbf{r}_2^\top & -\mathbf{r}_2^\top \hat{\mathbf{C}} \\ \mathbf{r}_3^\top & -\mathbf{r}_3^\top \hat{\mathbf{C}} + t \end{bmatrix} = \mathcal{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^\top & -\mathbf{r}_1^\top \hat{\mathbf{C}} \\ \mathbf{r}_2^\top & -\mathbf{r}_2^\top \hat{\mathbf{C}} \\ \mathbf{r}_3^\top & d_t \end{bmatrix}$$

avec $d_t = -\mathbf{r}_3^\top \hat{\mathbf{C}} + t$
(...)

Caméra à l'infini : explication

(...)

On augmente la focale pour que la taille de l'image reste fixe :

$$\mathcal{K} \begin{bmatrix} d_t/d_0 & 0 & 0 \\ 0 & d_t/d_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^\top & -\mathbf{r}_1^\top \hat{\mathbf{C}} \\ \mathbf{r}_2^\top & -\mathbf{r}_2^\top \hat{\mathbf{C}} \\ \mathbf{r}_3^\top & d_t \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{M}_t = \mathcal{K} \frac{d_t}{d_0} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^\top & -\mathbf{r}_1^\top \hat{\mathbf{C}} \\ \mathbf{r}_2^\top & -\mathbf{r}_2^\top \hat{\mathbf{C}} \\ \frac{d_0}{d_t} \mathbf{r}_3^\top & \frac{d_0}{d_t} d_t \end{bmatrix}$$

On maintenant, on pousse t à l'infini et ignorer $\frac{d_t}{d_0}$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{M}_t = \mathcal{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^\top & -\mathbf{r}_1^\top \hat{\mathbf{C}} \\ \mathbf{r}_2^\top & -\mathbf{r}_2^\top \hat{\mathbf{C}} \\ \mathbf{0}^\top & d_0 \end{bmatrix}$$

Caméra à l'infini : Profondeur d'une point 3D

$$\text{depth}(\mathbf{P}, \mathcal{M}) = \frac{\text{sign}(\det \mathcal{H})h}{H\|\mathbf{h}^3\|}$$

avec

- \mathbf{h}^3 est la troisième rangée de \mathcal{H}
- $\|\mathbf{h}^3\| = 0$ donc

$$\text{depth}(\mathbf{P}, \mathcal{M}_{\text{affine}}) = \infty$$

Sommaire

- 1 Introduction
- 2 Modèle perspective
- 3 Modèle affine
- 4 Modèles de distorsion**
- 5 Autres modèles

Distorsions

Projection linéaire

Un modèle de projection linéaire implique que la projection d'une ligne de l'espace donne une ligne dans l'image

- Caméras perspectives
- Caméras affines de toutes sortes

Les distorsions d'images brisent cette hypothèse.

Distorsion radiale

Définition

Une changement d'angle de vue des rayons de vue de la caméra, par rapport direction théorique

- Aberration la plus importante : affecte nos mesures
- Doit être corrigée
- Fait partie des paramètres internes
- Affecté par le zoom/focus

Deux sortes

Barrel Rapprochement vers le centre de distorsion

Pincushion Éloignement

(On peut retrouver les deux types de distorsions dans une image)

Distorsion radiale (projection)

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \propto \mathcal{MP}$$

$$\tilde{x} = x - x_c, \quad \tilde{y} = y - y_c,$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{x}_d \\ \tilde{y}_d \end{pmatrix} = L_d(\tilde{r}) \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix}, \quad \tilde{r} = \|(\tilde{x} \quad \tilde{y})^\top\|$$

$$x_d = \tilde{x}_d + x_c, \quad y_d = \tilde{y}_d + y_c$$

$$L_d(r) = 1 + k_1 r + k_2 r^2 + k_3 r^3 + \dots$$

- $(x_c \quad y_c)^\top$ est le centre de distorsion
- L_d approximation de Taylor de n'importe quelle fonction
- Parfois juste des puissances impaires

Distorsion radiale (correction)

Correction

On peut aussi définir la fonction en terme de correction de distorsion

$$\tilde{x}_d = x_d - x_c, \quad \tilde{y}_d = y_d - y_c,$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix} = \mathbf{L}_u(\tilde{r}) \begin{pmatrix} \tilde{x}_d \\ \tilde{y}_d \end{pmatrix}, \quad \tilde{r} = \left\| \begin{pmatrix} \tilde{x}_d & \tilde{y}_d \end{pmatrix}^T \right\|$$

$$x = \tilde{x}_d + x_c, \quad y = \tilde{y}_d + y_c$$

Decentering distorsion

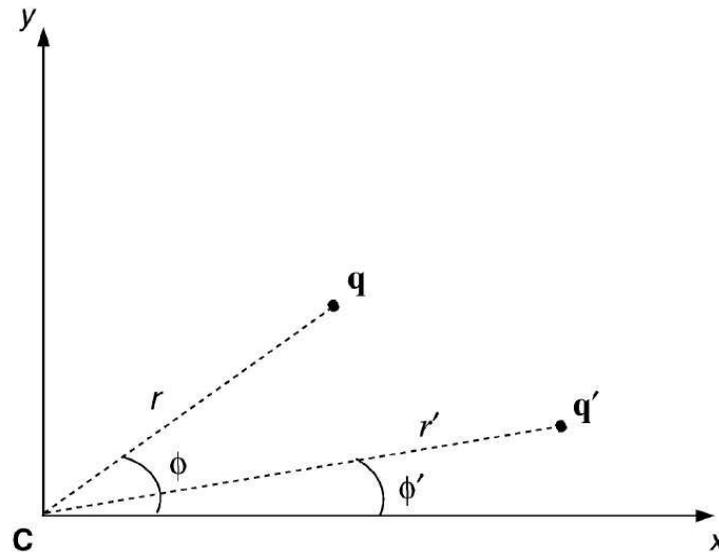
Lorsque les lentilles composants l'objectif de caméra ne sont pas parfaitement perpendiculaires par rapport à l'axe optique

- Souvent négligeable

Coordonnées polaires $(x \ y)^T \rightarrow (\phi \ r)$

$$\Delta T_x(r, \phi) = P_1 r^2 (1 + 2 \cos^2(\phi)) + P_2 r^2 \sin(\phi) \cos(\phi)$$

$$\Delta T_y(r, \phi) = P_2 r^2 (1 + 2 \sin^2(\phi)) + P_1 r^2 \sin(\phi) \cos(\phi)$$



Sommaire

- 1 Introduction
- 2 Modèle perspective
- 3 Modèle affine
- 4 Modèles de distorsion
- 5 Autres modèles**

Caméra catadioptrique

Définition

Lorsque le système optique de la caméra inclue un miroir

Exemples :

- Caméra panoramique (omnidirectionnelle)
- Téléobjectif (*mirror lens*)



Caméra à point de vue unique/multiples

Single Viewpoint (SVP)

Lorsque les rayons de vue s'intersectent tous au centre optique (effectif)

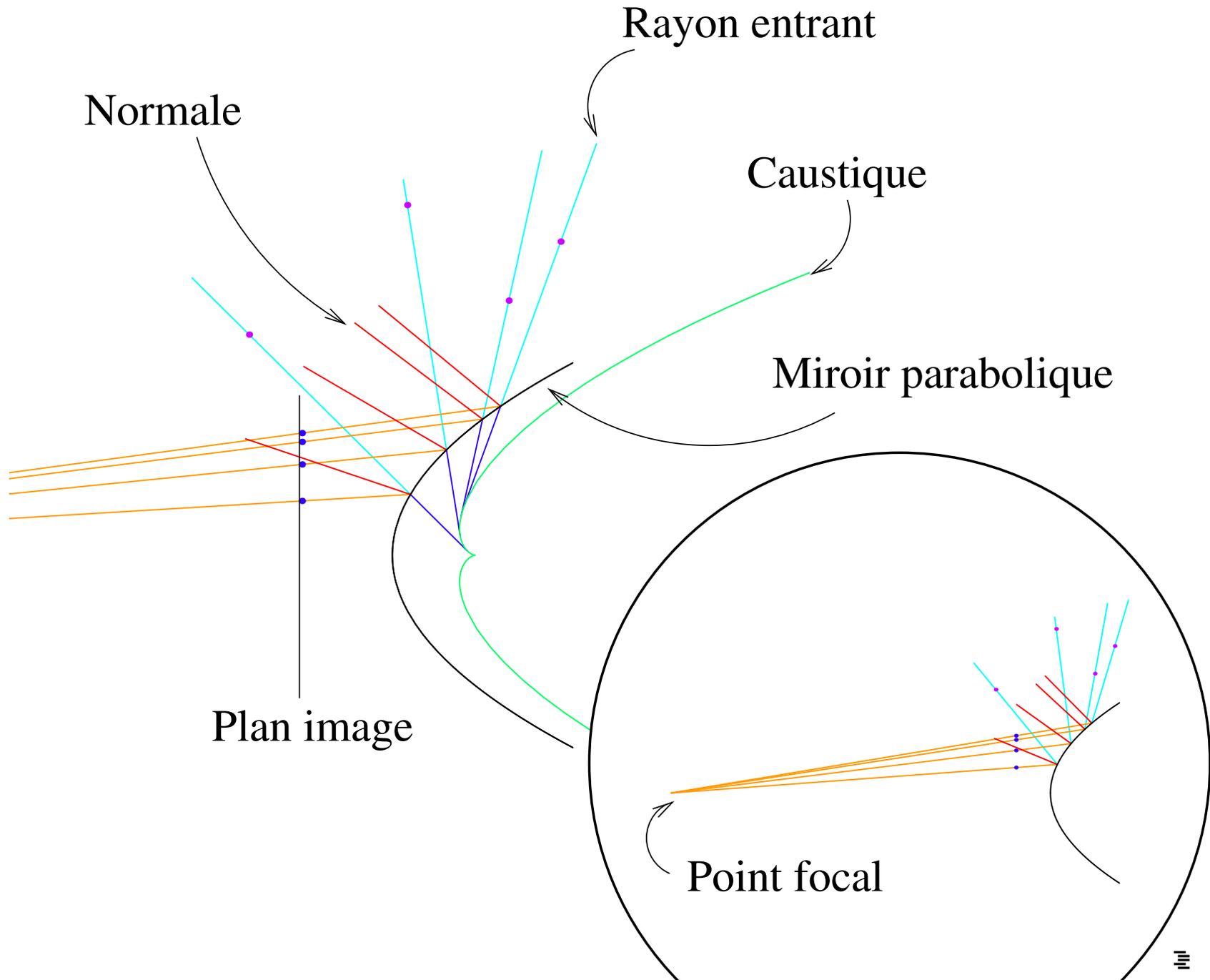
- La majorité des caméras et des modèles

Non-Single Viewpoint (NSVP)

Lorsqu'il y a plusieurs centre optiques effectifs

- Surtout pour les caméras catadioptriques

Caméra catadioptrique NSVP et Caustiques



Caméra génériques ou générales

Définition

Pour chaque pixel, on associe un rayon dans l'espace (Lookup table)

- Toute sorte de distortion
- Multi-caméras et donc NSVP
- Coûteux en ressource

Prochaine leçon

- Calibration de caméra (perspective)
- Géométrie épipolaire

FIN

Certaines figures sont la courtoisie de
R. Hartley et A. Zisserman
Multiple View Geometry in Computer Vision, 1ère Édition, 2002