

Arbres déployés

Variables pour maintenir l'équilibre de l'arbre

Arbre AVL : au moins deux bits (pour stocker $-1, 0, +1$)

Arbre RN : au moins un bit (couleur)

Arbre déployé (*splay tree*) : aucune variable

mais $O(\log n)$ seulement comme coût «moyen»

Arbres déployés (cont)

Idée principale : rotations sans tests spécifiques pour la balance

Quand on accède à nœud x , on performe des rotations sur le chemin de la racine à x pour monter x à la racine.

Déploiement (*splaying*) du nœud x : étapes successives jusqu'à ce que $\text{parent}(x)$ devienne **null**

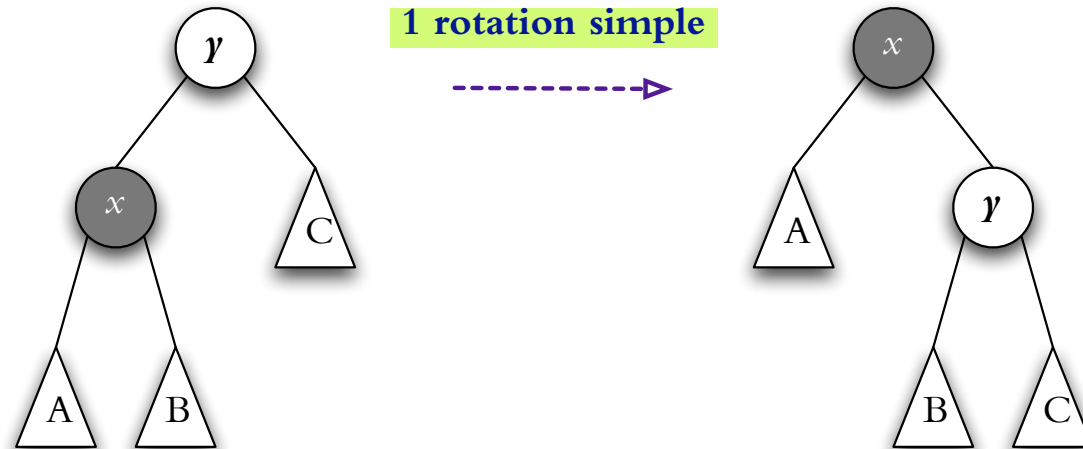
(et donc x devient la racine de l'arbre)

Zig et zag

Trois cas majeurs pour une étape de déploiement :

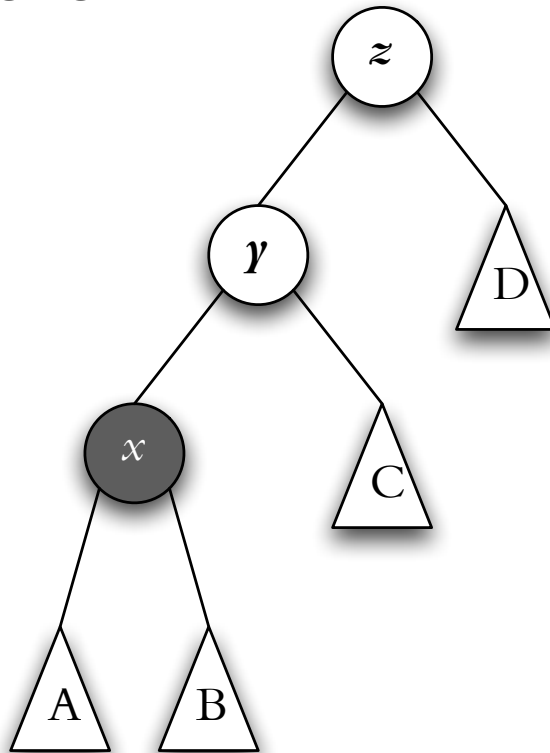
1. x sans grand-parent (**zig** ou **zag**)
2. x et $\text{parent}(x)$ au même côté (gauche-gauche ou droit-droit : **zig-zig** ou **zag-zag**)
3. x et $\text{parent}(x)$ à des côtés différents (gauche-droit ou droit-gauche : **zig-zag** ou **zag-zig**)

Cas 1: *zig*

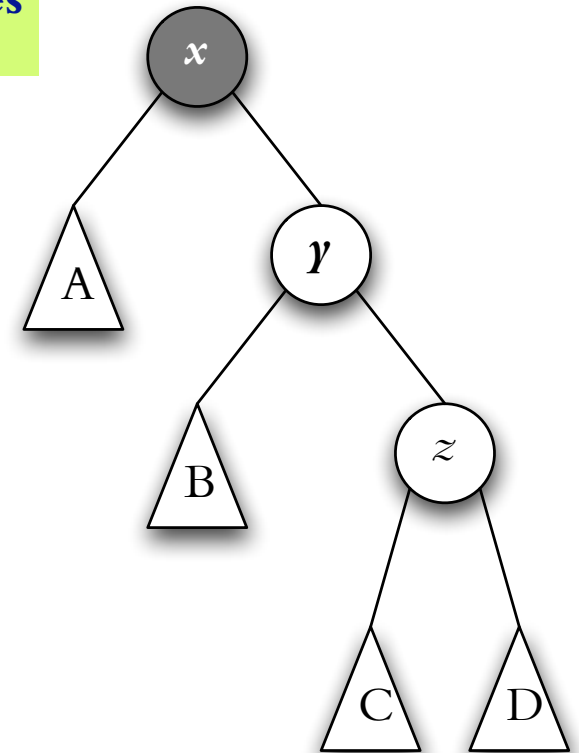


Zig et zag (cont)

Cas 2: zig-zig

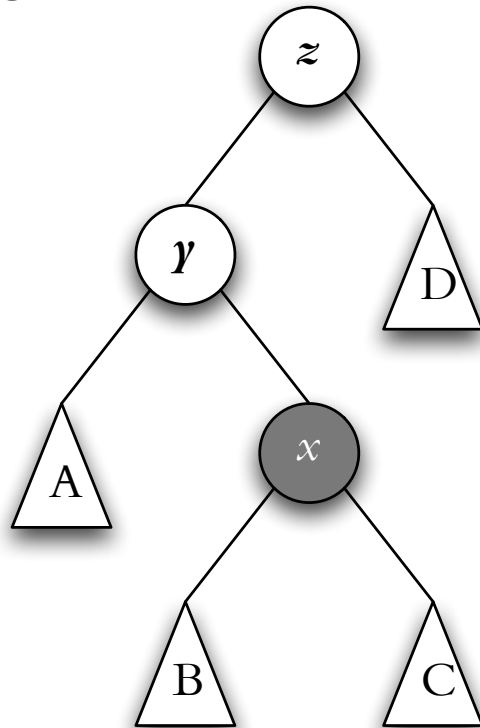


2 rotations simples
(à z et à γ)

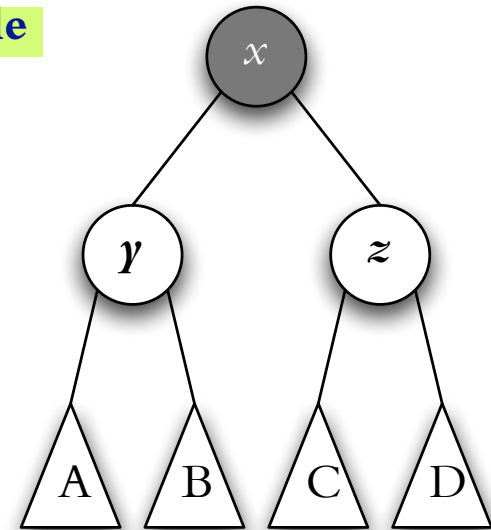


Zig et zag (cont)

Cas 3: zig-zag



Rotation double



Déploiement

Choix de x pour déploiement :

- insert : x est le nouveau nœud
- find : x est le nœud où on arrive à la fin de la recherche
- delete : x est le parent du nœud supprimé
attention : c'est le parent ancien du successeur (ou prédécesseur) si on doit supprimer un nœud à deux enfants
(logique : échange de nœuds, suivi par la suppression du nœud sans enfant)

Coût amorti

Temps moyen dans une **série** d'opérations

«moyen» ici : temps total divisé par nombre d'opérations
(aucune probabilité)

Théorème. Le temps pour exécuter une série de m opérations (find, insert et delete) en commençant avec l'arbre vide est de $O(m \log n)$ où n est le nombre d'opérations d'insert dans la série.

→ il peut arriver que l'exécution est très rapide au début et tout d'un coup une opération prend très long. . .

Arbre 2-3-4

Arbre **2-3-4** : c'est un arbre de recherche *non-binaire* où chaque nœud peut avoir 2, 3 ou 4 enfants et stocke 1,2 ou 3 valeurs
toutes les feuilles sont à la même profondeur

Équivaut à l'arbre rouge et noir : fusionner les nœuds rouges et leurs parents noirs.

Transformation entre arbres RN et 2-3-4

