

# IFT2015 H07 — Examen Final

Miklós Csűrös

17 avril 2007

Aucune documentation n'est permise à l'exception d'une feuille de  $8\frac{1}{2}'' \times 11''$ .

L'examen vaut 140 points, avec 20 points de boni additionnels.

**Répondez à toutes les questions dans les cahiers d'examen.**

## 0 Votre nom (1 point)

Écrivez votre nom et code permanent sur tous les cahiers soumis.

## 1 TAD (20 points)

**a. (5 points)** Donnez la définition du *type abstrait de données*.

**b. (15 points)** Décrivez les opérations de base dans les types abstraits suivants : pile, file FIFO (queue), table de symboles (dictionnaire).

## 2 Hachage (20 points)

**a. (10 points)** Expliquez l'idée de chaînage séparé.

**b. (10 points)** Dans le *pire* des cas, combien de temps prend l'insertion de  $N$  clés dans un table de hachage initialement vide, lorsqu'on utilise un chaînage séparé à l'aide (i) de listes non-ordonnées et (ii) de listes ordonnées?

## 3 Séquence bitonique (20 points)

Une séquence d'entiers  $x_1, x_2, \dots, x_n$  est dans l'ordre *bitonique* si elle commence dans l'ordre croissant et continue dans l'ordre décroissant. Dans d'autres mots, il existe un tel  $1 \leq k \leq n$  que  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_k \geq x_{k+1} \geq x_{k+2} \geq \dots \geq x_n$  (notez que  $k$  est inconnu). Donnez un algorithme pour trier (en ordre croissant) un tableau de taille  $n$  contenant une séquence bitonique. L'algorithme doit prendre un temps  $O(n)$ .

## 4 Arbre B (19 points)

Un arbre B d'ordre 20 contient  $10^9$  feuilles. Quel est le nombre minimal et maximal des niveaux ?

## 5 Tas binaire (20 points)

Donnez un algorithme pour énumérer les éléments avec une clé inférieure ou égale à un argument  $k$  dans un (min-)tas binaire. L'algorithme doit prendre  $O(m)$  temps si le tas contient  $m$  tels éléments. (Indice : considérez l'arbre binaire représentant le tas.)

## 6 Amortisation (20 points)

Expliquez la notion de *coût amorti* d'une opération. Citez un exemple d'analyse amortie mentionné au cours.

## 7 Graphe biparti (20 points)

Un graphe biparti est un graphe non-orienté  $G = (V, E)$  dans lequel  $V$  peut être partitionné en deux ensembles  $V_1$  et  $V_2$  tels que toutes les arêtes passent entre les deux ensembles  $V_1$  et  $V_2$ . Donnez un algorithme qui détermine si un graphe, spécifié par ses listes d'adjacence, est biparti. Analysez son temps de calcul (devrait être  $\Theta(|V| + |E|)$ ).

## Arbre couvrant minimax (20 points de boni)

Étant donné le graphe  $G = (V, E)$  avec pondération  $c: E \mapsto \mathbb{R}$ , on voudrait trouver l'arbre couvrant *minimax* dans lequel le maximum (au lieu de la somme) des poids des arêtes est minimal. En d'autres mots, on et on voudrait trouver l'arbre couvrant  $T = (V, E')$  avec  $\max\{c(e) : e \in E'\}$  minimal. Démontrez que l'algorithme de Kruskal ainsi que l'algorithme de Prim construisent un arbre couvrant minimax. (Indice : considérez le théorème bleu-rouge.)

BONNE CHANCE !