

IFT2015 H09 — Examen Intra

Miklós Csűrös

16 février 2009

Aucune documentation n'est permise. L'examen vaut 100 points.

Répondez à toutes les questions dans les cahiers d'examen.

0 Votre nom (1 point)

Écrivez votre nom et code permanent sur tous les cahiers soumis.

1 Types abstraits (15 points)

Œuf de coucou (3 points) Sur la liste suivante, il y a trois types abstraits : identifiez lesquels.

pile, liste chaînée, queue (file FIFO), file à priorités, arbre binaire,
Barack Obama.

Interface (12 points) Les trois types abstraits (TA) identifiés représentent des ensembles dynamiques avec des opérations élémentaires pour ajouter et déléter des éléments. Spécifiez les deux opérations pour chacun des TAs et expliquez comment elles changent l'ensemble d'éléments représenté.

2 Grand O — petit o (24 points)

a. (6 points) Considérez la fonction $A(n) = \sqrt{3n} + \log_3(n+1) + 3$. Démontrez que $A(n) \in O(\sqrt{n})$ en utilisant la définition de $O(\cdot)$.

b. (6 points) Expliquez ce qu'on veut dire si on écrit $B(n) = (2 + o(1))n^2$ pour une fonction $B: \{0, 1, \dots\} \mapsto \mathbb{R}^+$.

c. (12 points) Considérez la fonction $C(n)$ définie par

$$\begin{aligned} C(1) &= 1; \\ C(n) &= C(n-1) + 2n^2 \quad \{n > 1\}. \end{aligned}$$

Démontrez que $C(n) = O(n^3)$ en utilisant la définition de $O(\cdot)$.

3 Le fond de la pile (30 points)

Écrivez une fonction `enterrer(P, x)` qui place l'élément x *au fond* d'une pile P . Par exemple, si P est vide au début, et on exécute la série d'opérations

`P.push(3), P.push(2), enterrer(P, 8), P.pop(), P.pop(), P.pop(),`

les trois `pop`s devrait retourner 2, 3, 8, dans cet ordre. La fonction `enterrer` ne peut utiliser que l'interface standard de la pile. (Donc vous ne pouvez pas supposer que P est implémenté, par exemple, avec un tableau $T[1 \dots n]$ et faire une affectation $T[i] \leftarrow x$ de quelque sorte. . .) **Indice** : utilisez de la récursion.

4 Les tout petits (30 points)

Écrivez une fonction `petitK(k, T, n)` qui retourne les k éléments les plus petits dans un tableau d'entiers $T[1 \dots n]$. La fonction doit prendre un temps de $O(n \log k)$ et utiliser une espace de $O(k)$. **Indice** : utilisez une des structures de données vues au cours.