

HACHAGE

Rappel : table de symbole

Recherche : opération fondamentale

données : éléments avec clés

Type abstrait d'une **table de symboles** (*symbol table*) ou dictionnaire

Objets : ensembles d'objets avec clés

typiquement : clés comparables (abstraction : nombres naturels)

Opérations :

$\text{insert}(x, D)$: insertion de l'élément x dans D

$\text{search}(k, D)$: recherche d'un élément à clé k (peut être **infructueuse**)

Hachage

Tableau de hachage : taille M

on veut y placer N éléments

facteur de remplissage (*load factor*) $\alpha = N/M$

Fonction de hachage

Fonction de hachage : $h: U \mapsto \{0, 1, \dots, M - 1\}$

collision : $h(k) = h(k')$ mais $k \neq k'$

Birthday paradox (clés aléatoires)

Probabilité d'aucune collision

$$\begin{aligned} p &= 1 \left(1 - \frac{1}{M}\right) \left(1 - \frac{2}{M}\right) \cdots \left(1 - \frac{N-1}{M}\right) \\ &< \prod_{i=0}^{N-1} e^{-i/M} = \exp\left(-\frac{(N-1)N}{2M}\right) \end{aligned}$$

$N > \sqrt{M2 \ln 2} \approx 1.18\sqrt{M}$, \Rightarrow au moins une collision avec probabilité $\geq 1/2$.

Fonctions de hachage

on veut éviter les collisions : disperser les éléments autant que possible

idéalement : $h(k)$ a la distribution uniforme sur $\{0, \dots, M - 1\}$.

en pratique : on ne sait pas la distribution de k