

IFT2015 Hiver 2010 — Devoir 4

Miklós Csűrös

7 avril 2010

Remettez votre travail en format PDF par courriel (à csuros@iro...) avant 23 :59 le 16 avril. Ce devoir est du travail individuel. Un travail remis avant 23 :59 le jour de $16 - d$ avril vaut $2d$ points de boni.

1 Une mauvaise fonction de hachage (10 points)

Pourquoi $h(x) = (x(x + 2)) \bmod 19$ n'est pas une bonne fonction de hachage pour un tableau de taille $M = 19$?

2 Hachage (10 points)

Les clés 10, 22, 31, 4, 15, 28, 17, 88, 65 sont insérés (dans cet ordre) dans un tableau de hachage $T[0..M - 1]$ en utilisant la méthode de la multiplication, avec la fonction de hachage

$$h(k) = \left\lfloor M \cdot \left\{ \frac{\sqrt{5} - 1}{2} k \right\} \right\rfloor.$$

(Rappelez que $\{x\} = x - \lfloor x \rfloor$.)

Montrez le placement des clés dans le tableau quand $M = 12$ et on utilise l'adressage ouvert avec sondage linéaire $h_i(k) = (h(k) + i) \bmod M$.

3 Ensemble statique (10 points)

On doit implémenter un ensemble statique de n éléments dans lequel les clés sont entières. La seule opération requise est $\text{search}(k)$ pour rechercher s'il existe un élément avec clé k . Vous êtes autorisés à prendre un temps quelconque pour prétraiter les n éléments de manière que search s'exécute rapidement.

- (a) Montrer que search peut être implantée dans un temps $O(\log n)$ au pire, sans espace de stockage supplémentaire, en dehors de celui requis pour stocker les éléments de l'ensemble lui-même.
- (b) On considère l'implantation de l'ensemble par adressage ouvert dans un tableau de hachage de taille M . Quel est la quantité minimum de l'espace $M - n$ requis pour rendre la performance moyenne d'une recherche infructueuse au moins aussi bonne que la borne de la partie (a)? Votre réponse devrait être une borne asymptotique sur $M - n$, exprimée en fonction de n .