

6 Arbres — terminologie

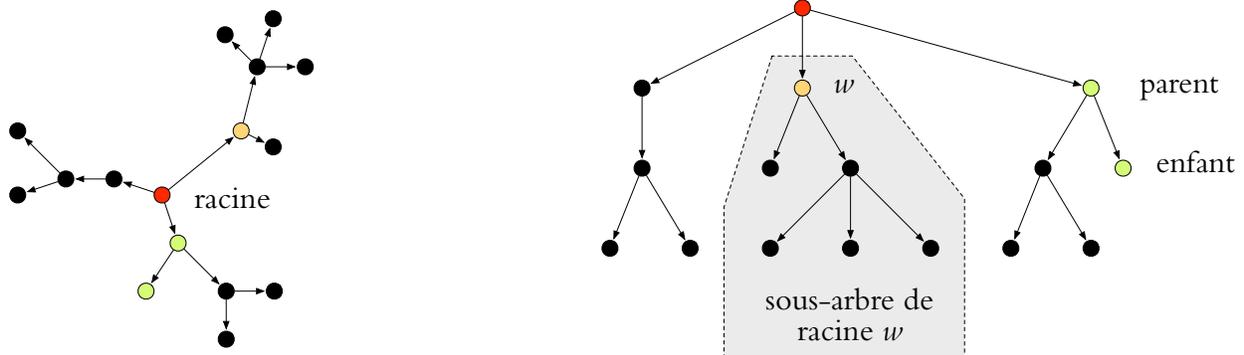
Graphe : sommet et arêtes

Arbre (libre) : graphe non-orienté, connexe et acyclique

Arbre raciné ou **arborescence** (en théorie des graphes) : graphe orienté, et connexe avec un sommet spécial, la **racine**, dans lequel il y a 1 chemin simple de la racine à chaque sommet.

- orientation des arêtes : relations **parent-enfant**

- u est dans le **sous-arbre** enraciné à w ssi w est sur le chemin de la racine à u



Les arbres jouent un rôle central dans la conception et analyse d'algorithmes :

- * arbres pour décrire les propriétés dynamiques des algorithmes
- * structures de données explicites qui sont des réalisations concrètes d'arbres

Ancêtre w est l'ancêtre de u ssi u est dans le sous-arbre enraciné à w

Descendant u est un descendant de w ssi u est dans le sous-arbre enraciné à w

Dans des graphes orientés (y inclut les arborescences) les sommets s'appellent aussi des **nœuds**, et les arêtes s'appellent aussi des **arcs**

Degré d'un nœud : nombre d'arcs sortants (ou nombre d'enfants)

Nœud externe ou **feuille** : aucun arc sortant (aucun enfant)

Nœud interne : tous les autres (au moins 1 enfant)

Arbre ordonné : il existe un ordre parmi les enfants de chaque nœud interne

Arbre numéroté : les enfants d'un nœud sont étiquetés par des entiers positifs distincts.

Arité k : ssi aucun enfant ne possède étiquette $> k$

Arbre binaire : arbre numéroté d'arité 2

enfant **gauche** ou **droit** : enfant étiqueté par 1 ou 2

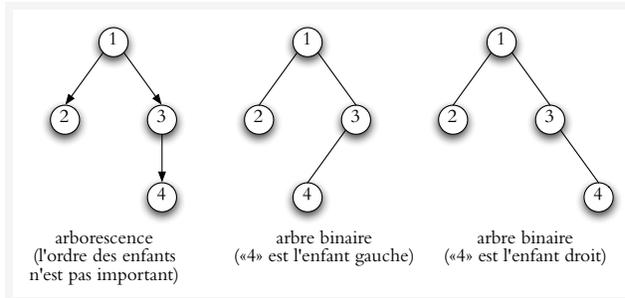
frères ou **sœurs** : nœuds avec le même parent

Définition alternative par récurrence.

Définition 6.1. Un arbre k -aire T est une structure définie sur un ensemble fini de nœuds qui

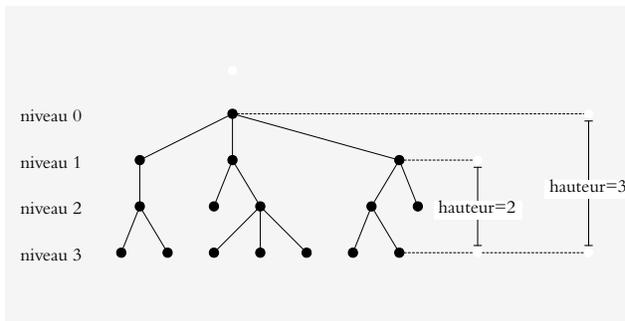
1. ne contient aucun nœud, **ou**
2. est composé de $(k + 1)$ ensembles de nœuds disjoints : un nœud **racine** r , et les arbres k -aires T_1, T_2, \dots, T_k .

(En 2, la racine de T_i quand T_i est non-vide est l'enfant de r étiqueté par i .)



Attention : l'ordre des enfants est important dans un arbre numéroté.

(Dans ce cours, les nœuds internes dans les arbres binaires auront toujours 2 enfants.)



Niveau d'un nœud u : longueur du chemin qui mène à u à partir de la racine

Hauteur d'un nœud u : longueur du chemin à la feuille la plus distante dans le sous-arbre de u

Hauteur de l'arbre : hauteur de la racine

Longueur du chemin (interne/externe) : somme des niveaux de tous les nœuds (internes/externes)

Théorème 6.1. Un arbre binaire à n feuilles contient $(n - 1)$ nœuds internes.

Théorème 6.2. La hauteur d'un arbre binaire à n feuilles est entre $\lceil \lg n \rceil$ et $(n - 1)$.