

IFT2015 Hiver 2011 — Devoir 4

Miklós Csűrös

14 mars 2011

À remettre avant 20 :15 le 21 mars. Remettez un rapport écrit par courriel (à csuros@iro...) en format PDF.

4.1 Distribution d'arbres (4 points)

Lors de l'analyse de la performance moyenne d'un ABR, on a travaillé avec le modèle où l'ordre d'insertion des clés $1, \dots, n$ est aléatoire : on choisit chaque permutation avec la même probabilité $1/n!$. Démontrez que la distribution uniforme des permutations ne mène pas à la distribution uniforme des *arbres* pour tout n .

Indice : examinez (avec un petit n de votre choix) toutes les permutations pour compter avec quelle fréquence on retrouve les arbres différents.

4.2 Insertion à la racine (6 points)

On veut une procédure pour insérer une clé à *la racine* d'un arbre binaire de recherche : après l'insertion, la nouvelle clé se trouve à la racine. On peut performer une telle procédure sur la structure par un algorithme récursif (v. livre de Sedgewick). Pour le cas récursif, on vérifie si la clé tombe à la gauche ou à la droite ; on fait l'insertion à la racine dans le sous-arbre approprié, et on fait une rotation pour monter la racine du sous-arbre. Donnez un algorithme itératif `INSERTRACINE(x, v)` qui performe l'insertion d'une nouvelle clé v dans l'ABR enraciné à x , et retourne la nouvelle racine (c'est le nouveau nœud qui contient v). Pour un nœud y , on a les enfants $y.gauche$ et $y.droit$ (= null si l'enfant est un nœud externe), ainsi que la référence au parent, dénotée par $y.parent$.

La procédure doit utiliser $O(1)$ mémoire ; montrez le code pour les rotations aussi.