

## 8 Algorithmes avec un tas : tri et fusion

### 8.1 Tri par tas

```

HEAPSORT( $A$ ) // tableau non-trié  $A[1..n]$ 
H1 heapify( $A$ )
H2 pour  $i \leftarrow |A|, \dots, 2$  faire
H3    $v \leftarrow A[i]$ 
H4    $A[i] \leftarrow A[1]$ 
H5   COULER( $v, 1, A, i - 1$ )

```

$A[1..n]$  est dans l'ordre décroissant à la fin — pour l'ordre croissant, utiliser un max-tas.

- ★ **heapsort** : temps  $O(n \log n)$  dans le pire des cas, sans espace additionnelle !
- ★ **quicksort** :  $O(n^2)$  dans le pire des cas
- ★ **mergesort** :  $O(n \log n)$  dans le pire des cas mais utilise un espace auxiliaire de taille  $n$ .

### 8.2 Fusion de listes multiples

```

Algo MULTI-FUSION( $A_0[0..n_0 - 1], \dots, A_{m-1}[0..n_{m-1} - 1]$ )
// entrée :  $m$  tableaux triés
MF1 initialiser la file de priorité  $F \leftarrow \emptyset$ 
MF2 pour  $j \leftarrow 0, \dots, m - 1$  faire  $i_j \leftarrow 0$ ;  $F.insert(j, A_j[i_j])$ 
// indice  $i_j$  parcourt  $A_j[]$ 
MF3  $n \leftarrow n_0 + n_1 + \dots + n_{m-1}$ 
MF4 initialiser  $C[0..n - 1]$  // résultat sera placé dans  $C$ 
MF5 pour  $k \leftarrow 0, 1, \dots, n - 1$  faire
MF6    $(j, a) \leftarrow F.deleteMin()$ 
// le minimum est dans tableau  $A_j$ , avec valeur  $a = A_j[i_j]$ 
MF7    $C[k] \leftarrow a$ 
MF8    $i_j \leftarrow i_j + 1$ 
MF9   si  $i_j < n_j$  alors  $F.insert(j, A_j[i_j])$  // prochain élément en  $A_j$ 
MF10 retourner  $C$ 

```

Avec un tas binaire, on peut combiner deleteMin et insert dans la boucle :

```
1  $(j, a) \leftarrow F[1]; C[k] \leftarrow a$   
2  $i_j \leftarrow i_j + 1$   
3 si  $i_j < n_j$  alors COULER( $(j, A_j[i_j]), 1, F, k$ ) // insertion à la racine  
4 sinon COULER( $(j, \infty), 1, F, k$ ) // liste épuisée
```

L'algorithme prend  $O(n \log k)$  temps et utilise seulement  $O(k)$  espace de travail (tas pour  $k$  éléments).

**Exercice 8.1.** Montrez comment implanter l'algorithme MEILLEUR-EMTS de §7.1 avec un tas binaire. Exploitez couler/nager pour combiner des opérations synchronisées deleteMin et insert.