

à remettre le jeudi 2 octobre 2003

1 _____ (10 points)

L'énoncé suivant est-il une proposition: "L'énoncé que vous lisez présentement est faux"? Justifiez votre réponse.

2 _____ (10 points)

Les propositions $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ et $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ sont-elles logiquement équivalentes? Faites-en la preuve en utilisant une table de vérité.

3 _____ (20 points)

Les propositions suivantes sont-elles logiquement équivalentes? Faites-en la preuve.

(a) (10 points) $\forall x (P(x) \wedge Q(x))$ et $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$.

(b) (10 points) $\forall x (P(x) \vee Q(x))$ et $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$.

4 _____ (10 points)

L'argument suivant est-il valide? Faites en la preuve (sans utiliser les tables de vérité).

$$(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)$$

$$\underline{p \vee r}$$

$$\therefore q \vee s$$

5 _____ (10 points)

La notation $\exists! x P(x)$ signifie qu'il existe un et un seul élément x dans l'univers du discours pour lequel $P(x)$ est vraie. Est-ce que $\exists! x P(x) \vee \exists! x Q(x) \equiv \exists! x (P(x) \vee Q(x))$?

6 _____ (10 points)

Soit n un entier positif. Démontrez que $\sum_{i=1}^n i 2^i = (n-1) 2^{n+1} + 2$.

7 _____ (10 points)

Soit n un entier plus grand que 1. Démontrez que $\sum_{i=1}^n \frac{1}{i^2} < 2 - \left(\frac{1}{n}\right)$

8 _____ (10 points)

Soit A et B des ensembles. Démontrez que si $A \times B = \emptyset$ alors $A = \emptyset$ ou $B = \emptyset$.

9 _____ (10 points)

Soit $\{a_n\}$ une suite définie par $a_n = 2(-4)^n + 3$, $n \geq 0$. Montrez que $\{a_n\}$ satisfait $a_n = -3a_{n-1} + 4a_{n-2}$ pour $n \geq 2$.