

**IFT1065**

# **Structures discrètes en Informatique**

Nadia El-Mabrouk

Hiver 2012

# Objectifs

- Initier l'étudiant aux mathématiques dont il aura besoin pour résoudre des problèmes formels d'informatique.
- S'entraîner au raisonnement mathématique
- Travailler avec des notions abstraites
- Faire des preuves rigoureuses

# Qu'est-ce que les mathématiques discrètes

- « Discret » par opposition à « continue »
- Objets mathématiques continus:
  - les formes géométriques, comme les droites;
  - les fonctions trigonométriques comme  $\sin(x)$ ;
  - les nombres réels: Pour tous réels  $x$  et  $y$  avec  $x < y$ , il existe un réel dans l'intervalle  $]x, y[$ .
- Objets discrets:
  - Le nombre de mots dans cette page: discret et fini
  - Les nombres entiers: discret, infini. Il n'existe aucun entier entre deux entiers consécutifs, comme 1 et 2.
  - La mémoire d'un ordinateur, divisée en unités qui sont des mots machines ou des bytes.

# Qu'est-ce que les mathématiques discrètes?

- **Mathématiques discrètes**: Domaine des mathématiques qui examine et utilise des ensembles finis d'objets, ou des ensembles **infinis dénombrables**.
- **Ensemble infini dénombrable**: Ensemble en bijection avec l'ensemble de entiers naturels; i.e. chaque élément peut-être étiqueté par un unique entier, et chaque entier étiquette un unique élément de l'ensemble.

# Sujets abordés

- Logique mathématique
- Méthodes de preuve
- Le langage mathématique: Ensembles, suites, fonctions, Relations
- Algorithmes
- Combinatoire
- Probabilité
- Graphes
- Arbres

# Logique mathématique

- Formuler un raisonnement correct.

“Mr. X qui utilise le téléphone cellulaire de façon intensive a eu un cancer du cerveau. Et donc, l’utilisation abusive du téléphone cellulaire cause le cancer du cerveau”

**FAUX!!**

# Logique mathématique

- Développer la capacité à exprimer en langage logique des énoncés simples.

« Pour réussir, il faut une note finale supérieure à 50 et une moyenne pondérée des examens supérieure à 45 »

Pour tout étudiant  $x$ , on note  $I_x$  sa note d'intra (sur 30),  $E_x$  sa note d'examen (sur 40) et  $D_x$  sa note de devoirs (sur 30).

$$x \text{ réussit} \Leftrightarrow ( (I_x + E_x + D_x) \geq 50 ) \text{ ET } ((I_x + E_x)/0.7 \geq 45 )$$

# Preuves

- Démontrer la validité ou l'équivalence d'énoncés dans le langage de la logique.
- Exemple: *Montrer que pour deux entiers quelconques  $m$  et  $n$ , si  $m$  est pair et  $n$  est impair, alors  $m+n$  est impair.*
- Différentes méthodes de preuve:
  - Preuve directe
  - Preuves par contre-exemple
  - Preuves par contraposée
  - Preuves par cas
  - Preuve par induction...

# Algorithmes

- **Algorithme**: Procédure décrivant, étape par étape, une méthode permettant de résoudre un problème.
- C'est la base de tout **programme informatique**
- Exemples de problèmes:
  - Trier un ensemble d'entiers;
  - Trouver un mot dans un texte;
  - Comparer deux séquences;
  - Trouver le PGCD de deux nombres;
  - Trouver le plus court chemin d'un point à un autre...

# Algorithmes

- Dans ce cours:
  - Introduction au pseudo-code;
  - Introduction aux instructions élémentaires;
  - Introduction à la preuve d'algorithmes;
  - Introduction à l'étude de la complexité en temps et en espace d'un algorithme.

# Combinatoire

- De combien de façon différentes peut-on faire telle action? **Combien y a-t-il de combinaisons** différentes vérifiant une propriété donnée? **Combien de fois** passe-t-on à travers une boucle d'un algorithme? **Combien d'opérations** sont effectuées à chaque passage dans une boucle? Combien y a-t-il de chemins possible entre deux points?...
- Par exemple: *Combien y a-t-il de mots possibles de taille  $n$  sur un alphabet de taille  $s$ ?*

# Probabilité

- Introduction à la probabilité: Fonction de probabilité, événements incompatibles, probabilité conditionnelle, événements indépendants.
- Exemple de question: *Quelle est la probabilité pour qu'un mot aléatoire de taille  $n$  sur un alphabet de taille  $s$  ne contienne aucune lettre identique?*

# Graphes et arbres

- Structure de données très utiles en informatique.  
Permet de formaliser une multitude de problèmes
- Graphes:
  - Terminologie: chemins, cycles, composantes connexes...
  - Représentations formelles;
  - Isomorphisme;
  - Invariants de graphes.
- Arbres:
  - Terminologie;
  - Quelques propriétés générales;
  - Arbres binaires