

IFT 2121
Hiver 2006
Devoir pour le 7 avril 2006

1. Est-ce que la preuve suivante est bonne? Si oui, justifiez en détail chaque “=”, sinon, dites lesquels des “=” ne sont pas bons. Vérifiez également la conclusion.

On montre que $n \lg n \notin \Omega(n^2)$. Pour cela, on regarde la limite de leur rapport :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \lg n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\lg n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{1} = 0$$

Donc $n^2 > n \lg n$ et on en déduit que $n \lg n \notin \Omega(n^2)$.

2. Qu'est-ce qui ne va pas avec l'argument suivant qui “montre” que l'algorithme de Prim fonctionne correctement sur un graphe $G = (V, E)$ donné, pondéré par $w : E \rightarrow \mathbb{R}^{\geq 0}$.

On procède par induction sur le nombre n de sommets du graphe. Si $n = 1$, il n'y a rien à faire, l'algorithme ne choisit aucune arête et l'ACM ne contient que le sommet. Pour le pas, soit $|V| = n + 1$. On enlève un sommet, disons u . L'algorithme trouve un ACM T' de $G - u = (V \setminus \{u\}, E \setminus \{uv : v \in V \setminus \{u\}\})$, par l'hypothèse d'induction. L'ajout d'une arête de poids minimum parmi celle qui relie T' à u produit un ACM T de G .

3. Ecrivez en détail l'algorithme de FEP (DFS) qui s'exécute une fois sur un graphe $G = (V, E)$ non-orienté donné et donne en sortie les points d'articulations ainsi que les composantes 2-connexes de G .