



IFT 6571

Scatter search and path-relinking

Présenté par: Haouari Dorsaf

13 avril 2010



Plan

- Scatter Search
 - Introduction au Scatter search
 - Modèle du Scatter Search
- Path relinking
 - Introduction au Path relinking
 - Alternatives du Path relinking
 - Applications du Path relinking
- Conclusion



Introduction au Scatter search

- Méthode évolutionnaire
- Principes fondamentaux sont introduits par Glover en 1970
- Métaheuristique qui explore l'espace de solutions
- évoluant un ensemble de points de références (set of reference points)



Introduction au Scatter search

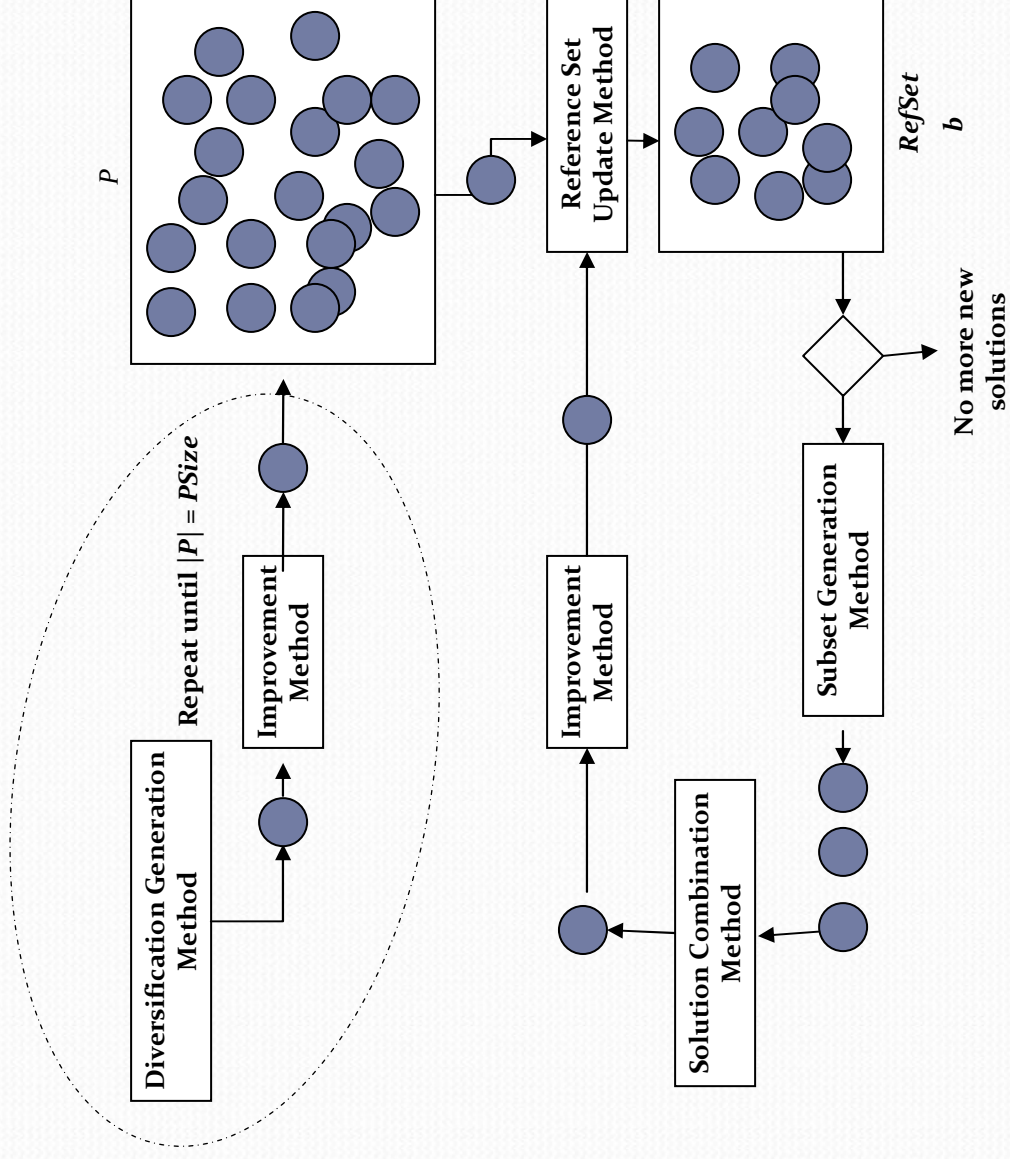
- Contrairement aux méthodes évolutionnaires, SS utilise des méthodes systématiques pour la création de nouvelles solutions
- Plus de bénéfice qu'en se basant sur la randomisation
- Solutions sont générées par l'application de stratégies de combinaison déterministes
- Les stratégies de combinaison permettent de diversifier et d'intensifier la recherche



Plan

- Scatter Search
 - Introduction au Scatter search
 - **Modèle du Scatter Search**
- Path relinking
 - Introduction au Path relinking
 - Alternatives du Path relinking
 - Applications du Path relinking
- Conclusion

Modèle du Scatter search



Modèle du Scatter search

Diversification Generation Method:

- L'idée est de générer une collection de solutions diverses
- La qualité n'est pas importante
- Exemple (VRP):

Permutation déterministe

$$P(h:s)=(s, s+h, \dots, s+rh) ; 1 \leq s \leq h ; s+rh \leq n$$

$$P(h)=(P(h:h), P(h:h-1), \dots, P(h:1)) ; h < n$$

Soit $n=14$, $P=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$ et soit $h=4$
 $P(4)=(P(4:4), P(4:3), P(4:2), P(4:1))$

$$P(4:4)=\{4, 8, 12\} ; P(4:3)=\{3, 7, 11\} ;$$

$$P(4:2)=\{2, 6, 10, 14\}; P(4:1)=\{1, 5, 9, 13\}$$

Modèle du Scatter search

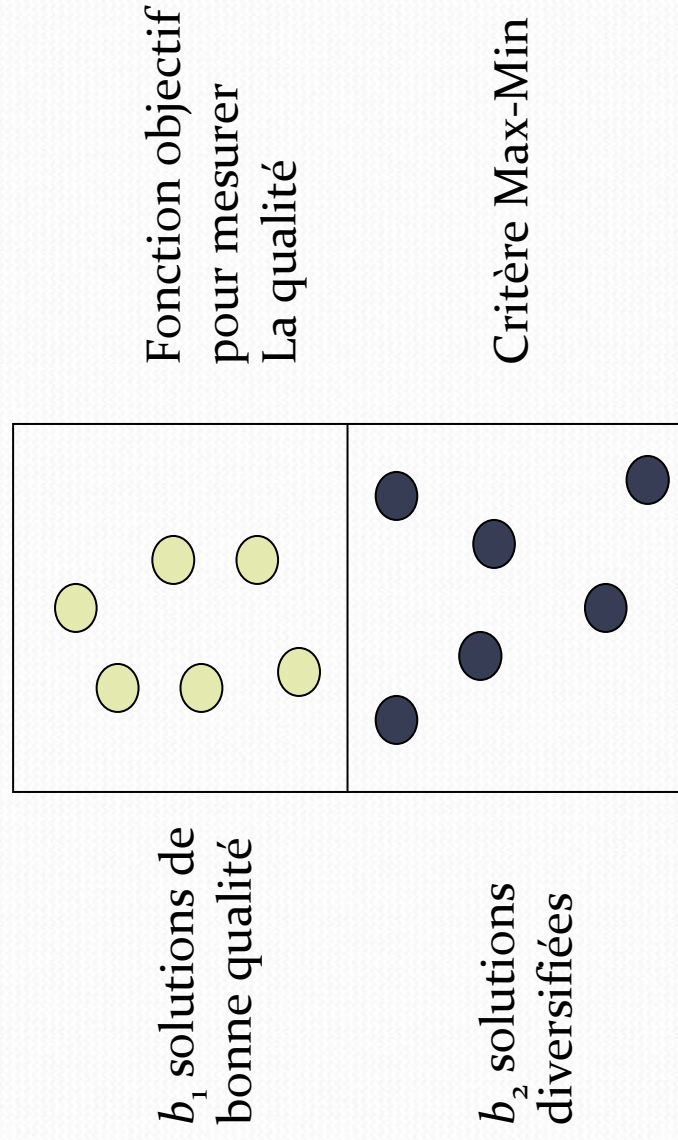
Improvement Method:

- Améliore la qualité des solutions résultantes
- Peut manipuler des solutions faisables ou non faisables
- Utilise généralement des méthodes de recherche locale
- N'est pas une composante obligatoire pour le SS
- Exemple : 2-opt

Modèle du Scatter search

Reference Set Update Method:

- Objectif est de générer un refSet de solutions de bonne qualité et de solutions diversifiées.



RefSet de taille b

Modèle du Scatter search

Subset Generation Method:

- Objectif est de générer des sous-ensembles du refSet qui seront objets de combinaison à l'étape suivante.
- Exemple typique et simple:

Générer les paires de solutions de refSet

-> $(b^2-b)/2$ sous ensembles

refSet={S₁, S₂, S₃} ; b=3

Résultat= {(S₁,S₂), (S₁,S₃), (S₂,S₃)}



Modèle du Scatter search

Solution Combination Method:

- Transforme un sous-ensemble de solutions en un ou plusieurs solutions combinées
- Dépend du problème et de la représentation de la solution

● Exemple:

Global Optimization, solutions sont des vecteurs de réels -> Combinaison linéaire

Knapsack problem, solutions sont des vecteurs binaires -> probabilistic scores

 Path relinking



Plan

- Scatter Search
 - Introduction au Scatter search
 - Modèle du Scatter Search
- **Path relinking**
 - **Introduction au Path relinking**
 - Alternatives du Path relinking
 - Applications du Path relinking
- Conclusion



Introduction au Path-relinking

- Introduit par Glover en 1996 [1]
- Approche d'intensification et de diversification
- Contexte: tabu search
- But: générer de nouvelles meilleures solutions en explorant les chemins liant des solutions de bonne qualité obtenues par des méthodes heuristiques

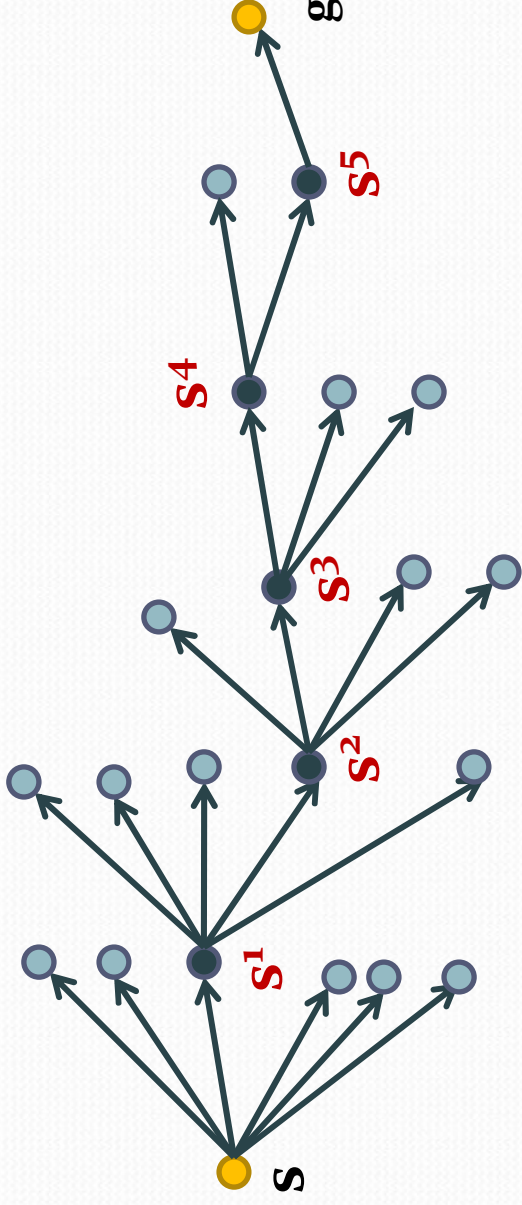


Introduction au Path-relinking

Principe général:

- Solution initiale (starting solution): s
- Solution désirée (guiding solution) : g
- Construire progressivement un chemin de s vers g
- Par exploration de l'espace du voisinage à l'aide d'algorithme glouton
- Sélection de mouvement qui induit à la meilleure solution

Introduction au Path-relinking



- Exploration du voisinage : mouvements qui introduisent des attributs de g : sommets, arrêtes, etc.



Plan

- Scatter Search
 - Introduction au Scatter search
 - Modèle du Scatter Search
- Path relinking
 - Introduction au Path relinking
 - **Alternatives du Path relinking**
 - Applications du Path relinking
- Conclusion

Alternatives du Path-relinking

Forward Path-relinking (FPR):

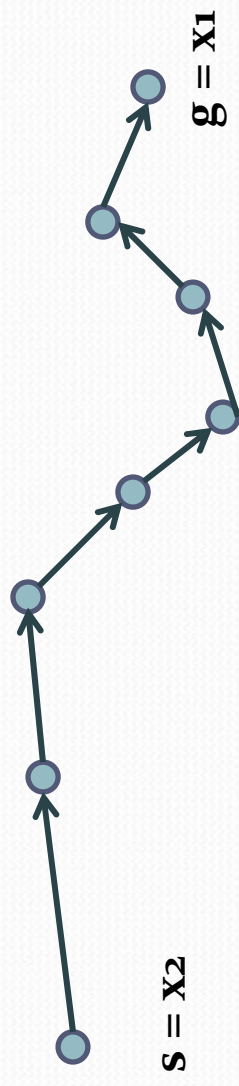
- $\text{coût}(g) \leq \text{coût}(s)$

- Exemple:

$$Z(x_1) \leq Z(x_2)$$

$$s = x_2$$

$$g = x_1$$



Alternatives du Path-relinking

Forward Path-relinking (FPR):

- Variables:

x^s : vecteur binaire de la solution initiale

x^g : vecteur binaire de la solution désirée

x_i : valeur de l'élément à la position i de x

Δ : $\{j=1, \dots, n : x_j^s \neq x_j^g\}$

$x \oplus l \square \Delta$: solution obtenue en faisant le complément de x_l

Alternatives du Path-relinking

1. $\Delta \leftarrow \{j=1, \dots, n : x_j^s \neq x_j^g\}$
2. $x^* \leftarrow \operatorname{argmin}\{z(x^s), z(x^g)\}$
3. $z^* \leftarrow \min\{z(x^s), z(x^g)\}$
4. $x \leftarrow x^s$
5. **while** $|\Delta| > 0$ **do**
6. $l^* \leftarrow \operatorname{argmin}\{z(x \oplus l) : l \in \Delta\}$
7. $\Delta \leftarrow \Delta \setminus \{l^*\}$
8. $x_{l^*} \leftarrow 1 - x_{l^*}$
9. **If** $z(x) < z^*$ **then**
10. $x^* \leftarrow x$
11. $z^* \leftarrow z(x)$
12. **end**
13. **end**
14. $x \leftarrow \operatorname{LocalSearch}(x)$
15. **return** x ;

Pseudo algorithme du
Forward Path-relinking

Alternatives du Path-relinking

Backward Path-relinking (BPR):

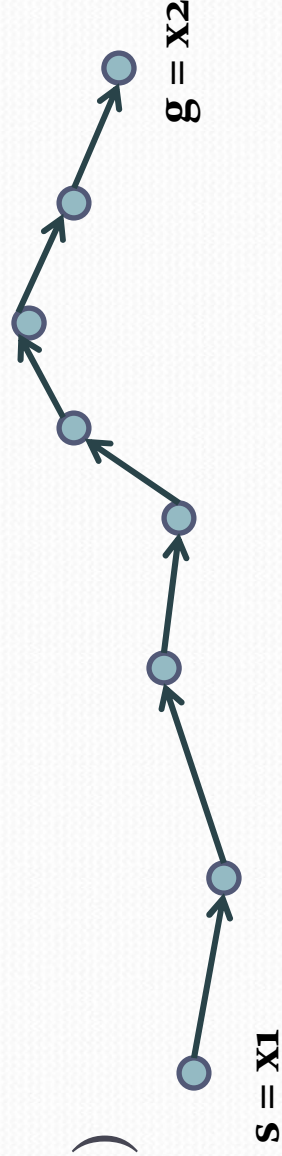
- $\text{coût}(s) \leq \text{coût}(g)$

- Exemple:

$$z(x_1) \leq z(x_2)$$

$$s = x_1$$

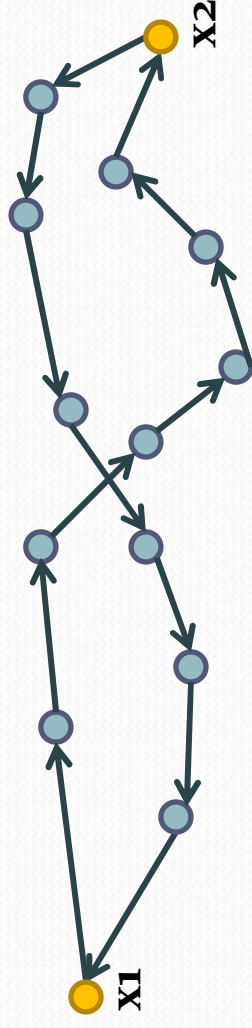
$$g = x_2$$



Alternatives du Path-relinking

Back-and-forward Path-relinking (BFPR):

- Forward path-relinking
- Backward path-relinking





Alternatives du Path-relinking

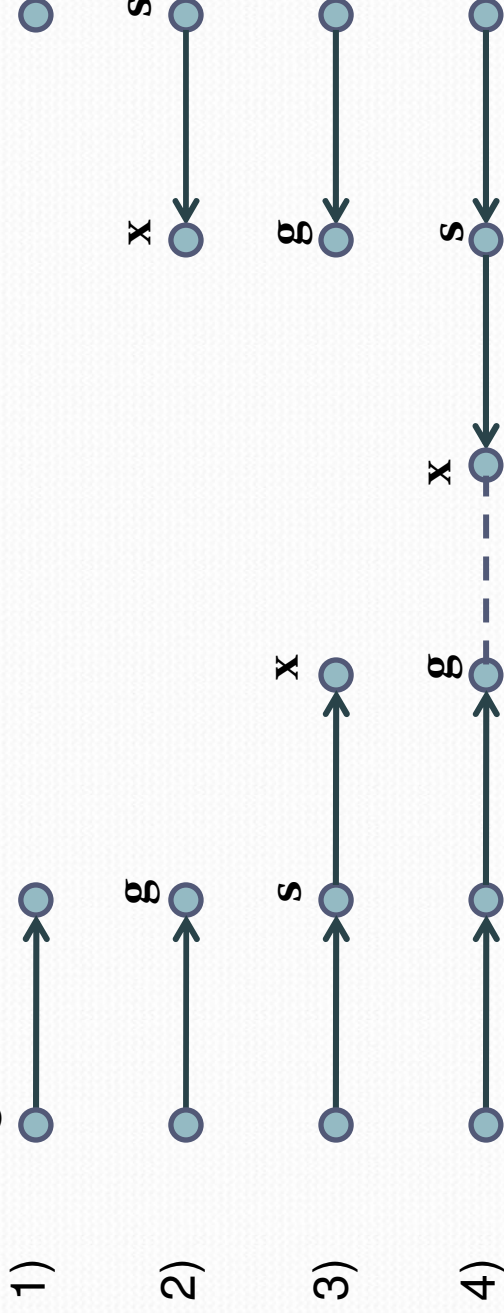
Comparaisons:

- PR explore le voisinage de s de manière plus profonde que celui de g
 - BPR est généralement meilleur que FPR
- BFPR :
 - au moins assez bien que BPR et FPR
 - Coûteux: temps d'exécution est deux fois plus lent

Alternatives du Path-relinking

Mixed path-relinking:

- Deux chemins créés simultanément à partir de s et de g
- Exploration de $N(s)$ et de $N(g)$ alternativement
- Obtention d'un seul chemin connectant s et g



Alternatives du Path-relinking

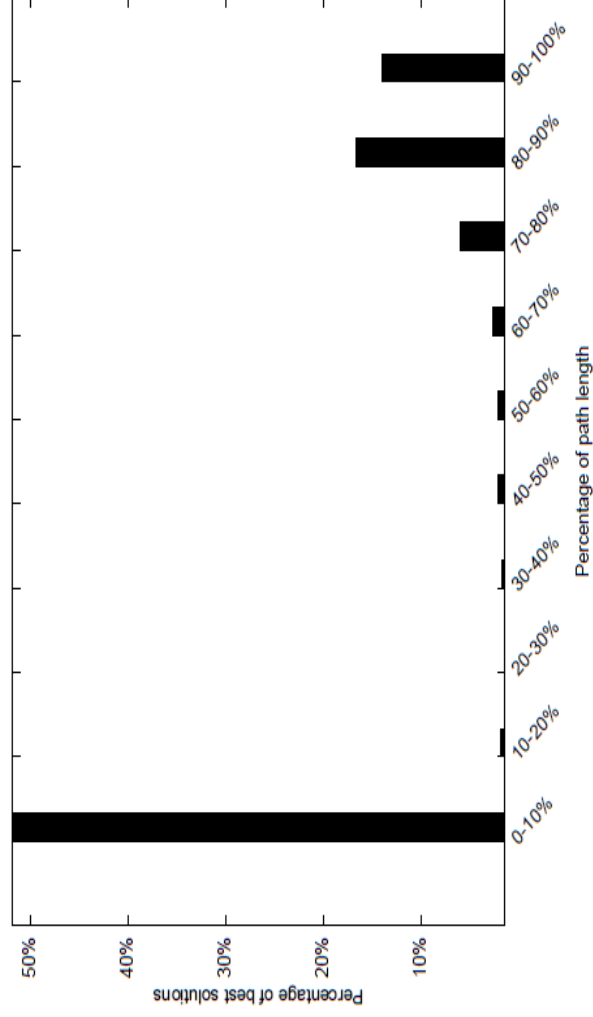
1. $\Delta \leftarrow \{j=1, \dots, n : x_j^s \neq x_j^g\}$
2. $x^* \leftarrow \operatorname{argmin}\{z(x^s), z(x^g)\}$
3. $z^* \leftarrow \min\{z(x^s), z(x^g)\}$
4. $x \leftarrow x^s$
5. **while** $|\Delta| > 0$ **do**
6. $l^* \leftarrow \operatorname{argmin}\{z(x \oplus l) : l \in \Delta\}$
7. $\Delta \leftarrow \Delta \setminus \{l^*\}$
8. $x_{l^*} \leftarrow 1 - x_{l^*}$
9. **If** $z(x) < z^*$ **then**
10. $x^* \leftarrow x$
11. $z^* \leftarrow z(x)$
12. **end**
13. $x^s \leftarrow x^g$; $x^g \leftarrow x$
14. **end**
15. $x \leftarrow \operatorname{LocalSearch}(x)$
16. **return** x ;

Pseudo algorithme du Mixed
Path-relinking

Alternatives du Path-relinking

Truncated path-relinking:

- Les meilleures solutions (MS) proviennent des sous chemins qui sont près de s ou de g



Max-min diversity
problem par Resende et
al. [2]

+50% MS → chemin de profondeur de 0 à 10% de s

+30% MS → chemin de profondeur de 80 à 100% de s

Alternatives du Path-relinking

1. $\Delta \leftarrow \{j=1, \dots, n : x_j^s \neq x_j^g\}$
2. $\delta t \leftarrow |\Delta|$
3. $x^* \leftarrow \operatorname{argmin}\{z(x^s), z(x^g)\}$
4. $z^* \leftarrow \min\{z(x^s), z(x^g)\}$
5. $x \leftarrow x^s$
6. **while** $|\Delta| > \rho \cdot \delta t$ **do**
7. $l^* \leftarrow \operatorname{argmin}\{z(x \oplus l) : l \in \Delta\}$
8. $\Delta \leftarrow \Delta \setminus \{l^*\}$
9. $x_{l^*} \leftarrow 1 - x_{l^*}$
10. **If** $z(x) < z^*$ **then**
11. $x^* \leftarrow x$
12. $z^* \leftarrow z(x)$
13. **end**
14. $x^s \leftarrow x^g$; $x^g \leftarrow x$
15. **end**
16. $x \leftarrow \operatorname{LocalSearch}(x)$
17. **return** x ;

$1 \geq \rho > 0$

Pseudo algorithme du Truncated
mixed Path-relinking

Alternatives du Path-relinking

Randomization in path-relinking:

- Les approches présentées se basent sur une recherche glouton
- Un seul chemin résultant parmi un nombre exponentiel de chemins possibles

➔ Idée: ajouter un aspect aléatoire au PR
Greedy Randomized adaptive path-relinking
(GRARP)

Alternatives du Path-relinking

Randomization in path-relinking:

*Principe de GRARP:

- Ne pas se limiter à la sélection du meilleur mouvement
- Construction de RCL (Restricted Candidate List):
Mouvements générants des solutions dont le coût dépend de:
 - Coût du meilleur mouvement
 - Coût du plus mauvais mouvement
 - Paramètre α aléatoire

Alternatives du Path-relinking

1. $\Delta \leftarrow \{j=1, \dots, n : x_j^s \neq x_j^g\}$
 2. $x^* \leftarrow \operatorname{argmin}\{z(x^s), z(x^g)\}$
 3. $z^* \leftarrow \min\{z(x^s), z(x^g)\}$
 4. $x \leftarrow x^s$
 5. **Select** $\alpha \in [0, 1]$ at random
 6. **while** $|\Delta| > 1$ **do**
 7. $z^- \leftarrow \min\{z(x \oplus 1) : 1 \in \Delta\}$
 8. $z^+ \leftarrow \max\{z(x \oplus 1) : 1 \in \Delta\}$
 9. **RCL** $\leftarrow \{1 \in \Delta : z(x \oplus 1) \leq z^- + \alpha(z^+ - z^-)\}$
 10. **Select** $l^* \in \mathbf{RCL}$ at random
 11. $\Delta \leftarrow \Delta \setminus \{l^*\}$
 12. $x_{l^*} \leftarrow 1 - x_{l^*}$
 13. **If** $z(x) < z^*$ **then**
 14. $x^* \leftarrow x$
 15. $z^* \leftarrow z(x)$
 16. **end**
17. $x^s \leftarrow x^g ; x^g \leftarrow x$
 18. **end**
 19. $x \leftarrow \operatorname{LocalSearch}(x)$
 20. **return** x ;

Pseudo algorithme du GRARP avec
mixed Path-relinking



Plan

- Scatter Search
 - Introduction au Scatter search
 - Modèle du Scatter Search
- Path relinking
 - Introduction au Path relinking
 - Alternatives du Path relinking
 - **Applications du Path relinking**
- Conclusion



Applications du Path-relinking

Hybridisation du Path-relinking avec un ensemble de solutions élites (pool of elite solutions):

- Application du PR sur les optima locaux résultants de métaheuristiques
- Pool of elite solutions = ensemble de solutions de très bonne qualité obtenues durant la recherche
- Chemin entre chaque optimum local et chaque solution du pool des solutions élites

Applications du Path-relinking

1. Elite set $P \leftarrow \emptyset$
2. **While** stopping criteria not satisfied **do**
3. $x \leftarrow$ HeuristicLocalOptimal()
4. **if** $P = \emptyset$ insert x into P
5. **else**
6. $x^s \leftarrow x$
7. choose, at random, a pool solution $x^g \in P$
8. $x \leftarrow$ PathReLinking(x^s, x^g)
9. update the elite set P with x
10. **end**
11. **end**
12. **return** P ;

**Hybridisation de Path-relinking
avec une heuristique**

Applications du Path-relinking

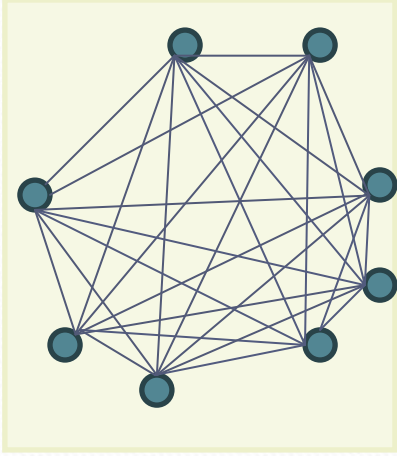
Evolutionary path-relinking:

- PR peut être appliqué entre deux ensembles de solutions élites
 - Chercher de nouvelles solutions de bonne qualité
 - Améliorer la moyenne de la qualité de l'ensemble
 - Proposée par Resende et al. [3]
 - Phase de post-optimisation
 - Périodiquement
 - Fait évoluer une population à travers des générations:
k^{ème} génération → k^{ème} population

Applications du Path-relinking

Evolutionary path-relinking:

Capacité \leq maxCapacité



Population $k-1$
de solutions élites



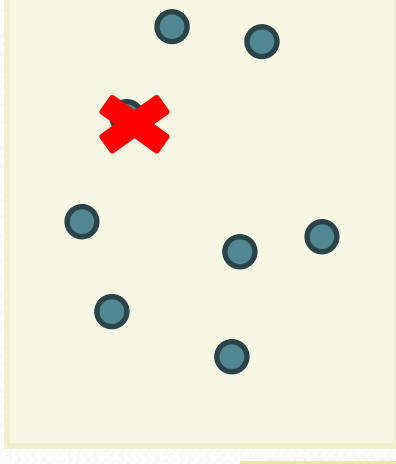
Si capacité < maxCap
ajouter x, si $x \neq s$, $s \in \text{Pop}_k$

Sinon

si $C(x) < C(\text{best } K)$

ou

si $C(x) < C(\text{worst } k)$ et si $x \neq s$, $s \in \text{Pop}_k$
ajouter x en remplaçant une autre



Population k de
solutions élites

Répéter si
 $C(\text{best } k) < C(\text{best }_{k-1})$

Applications du Path-relinking

Progressive crossover:

- Hybridisation dans le contexte d'algorithme génétique par Ribeiro et al. [4] pour le cas de problème de phylogénie
- Extension du crossover standard
- Deux parents s_1 et s_2
- Appliquer un back and forward Path-relinking
- L'enfant de s_1 et s_2 est la meilleure solution résultante du crossover

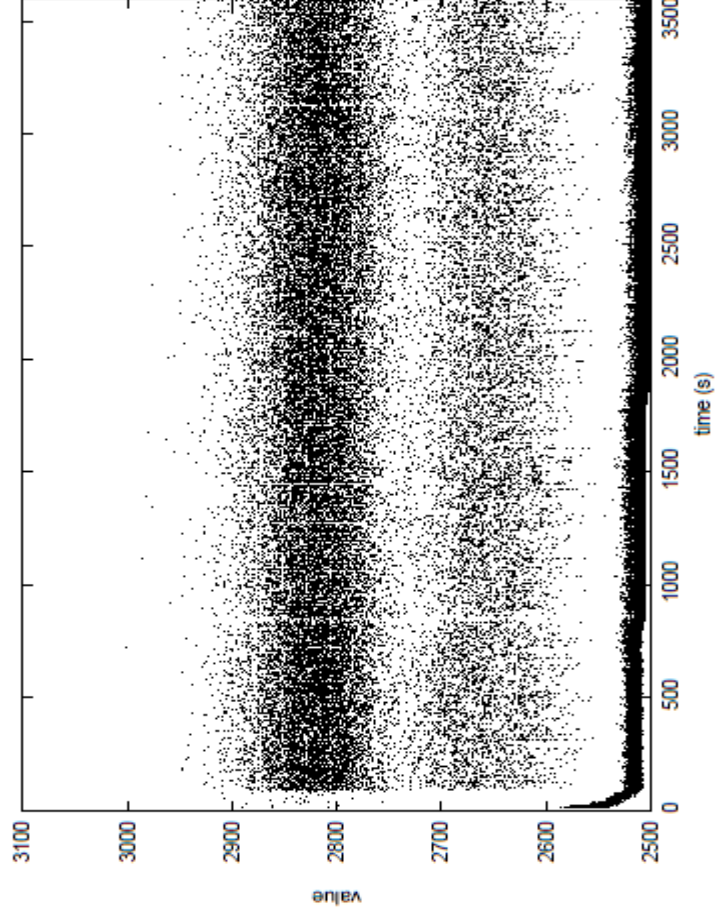


Meilleur enfant obtenu par un crossover standard

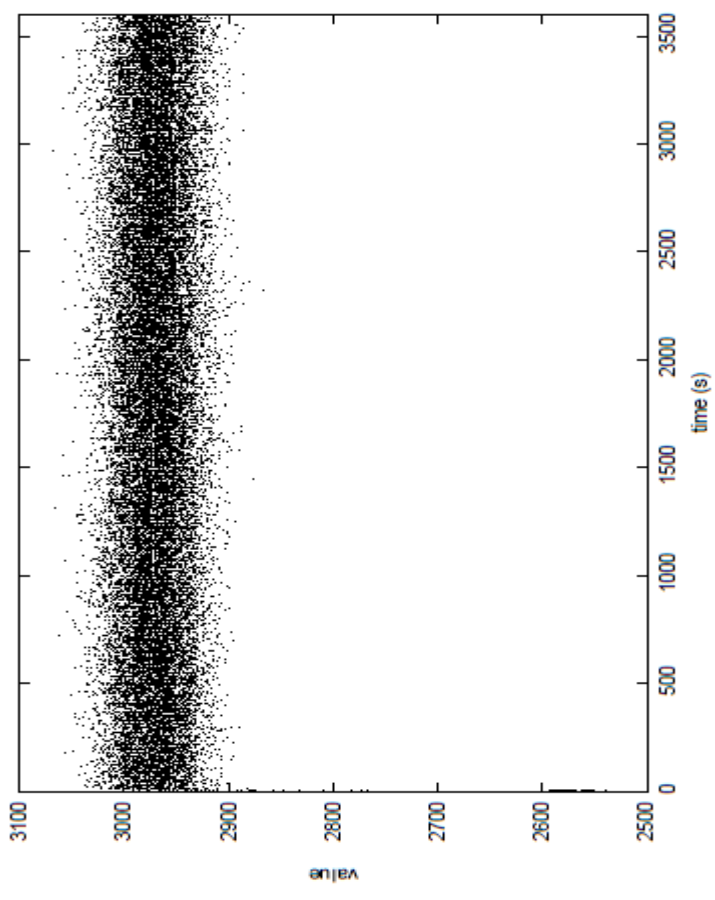
Alternatives du Path-relinking

Progressive crossover:

AG + PR



AG + CO standard





Plan

- Scatter Search
 - Introduction au Scatter search
 - Modèle du Scatter Search
- Path relinking
 - Introduction au Path relinking
 - Alternatives du Path relinking
 - Applications du Path relinking
- **Conclusion**



Conclusion

- Scatter search:
 - méthode évolutionnaire qui utilise des combinaisons déterministes pour la génération de nouvelles solutions
- Path relinking
 - Génère des solutions de bonne qualité et assez diversifiées



Références

- [1]: F. Glover, Tabu Search and adaptive memory programming- Advances, applications and challenges. In R.S. Barr, R.V. Helgason, and J.L. Kennington, editors, Interfaces in Computer Science and Operations Research, pages 1-7. Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [2]: M.G.C. Resende, R. Marti, M. Gallego, and A. Duarte. GRASP and path relinking for the max-min diversity problem. Computers and Operations Research, 2008. Published online 28 May 2008, doi:10.1016/j.cor.2008.05.011.
- [3]: M.G.C. Resende, R.F. Werneck. A hybrid heuristic for the p-median problem. J. Of Heuristic, 10:59-88, 2004
- [4]: C.C. Ribeiro and D.S. Vianna. A hybrid genetic algorithm for the phylogeny problem using path-relinking as a progressive crossover strategy. International Transactions in Operational Research, 16(5), 2009.



Merci pour votre attention

