

1. 13.4-2, p. 657

Nous utiliserons la suite de nombres aléatoires tirés du tableau 20.3 : 0,09656; 0,96657; 0,64842; 0,49222; 0,49506; 0,10145; 0,48455; 0,23505; 0,90430; 0,04180; 0,24712; 0,55799; 0,60857.

- a. P1 : 1-2-3-4-7-6-5-8-1
P2 : 1-5-3-6-7-8-2-4-1

Tour courant : 1. Commencer avec la ville 1.

Liens possibles : 1-2 [0;0,25), 1-8 [0,25;0,50), 1-5 [0,50;0,75), 1-4 [0,75;1)

Puisque $0,09656 < 0,25$, on choisit 1-2.

De plus, puisque $0,96657 > 0,1$, on ne fait pas de mutation

Tour courant : 1-2. Continuer avec la ville 2.

Liens possibles : 2-3 [0;0,33), 2-8 [0,33;0,66), 2-4 [0,66; 1)

Puisque $0,33 < 0,6482 < 0,66$, on choisit 2-8.

De plus, puisque $0,49222 > 0,1$, on ne fait pas de mutation.

Tour courant : 1-2-8. Continuer avec la ville 8.

Liens possibles : 8-5 [0;0,5), 8-7 [0,5;1)

Puisque $0,49506 < 0,5$, on choisit 8-5.

De plus, puisque $0,10145 > 0,1$, on ne fait pas de mutation.

Tour courant : 1-2-8-5. Continuer avec la ville 5.

Liens possibles : 5-6 [0;0,5), 5-3 [0,5;1)

Puisque $0,48455 < 0,5$, on choisit 5-6.

De plus, puisque $0,23505 > 0,1$, on ne fait pas de mutation.

Tour courant : 1-2-8-5-6. Continuer avec la ville 6.

Liens possibles : 6-7 [0;0,66), 6-3 [0,66;1)

Puisque $0,66 < 0,90430 < 1$, on choisit 6-3.

De plus, puisque $0,04180 < 0,1$, on fait une mutation; on rejette 6-3 et on considère tous les autres liens possibles : 6-4 [0;0,5), 6-7 [0,5;1)

Puisque $0,24712 < 0,5$, on choisit 6-4.

Tour courant : 1-2-8-5-6-4. Continuer avec la ville 4.

Liens possibles : 4-3 [0;0,5), 4-7 [0,5;1)

Puisque $0,5 < 0,55799 < 1$, on choisit 4-7.

De plus, puisque $0,60857 > 0,1$, on ne fait pas de mutation.

Tour courant : 1-2-8-5-6-4-7. Continuer avec la ville 7.

Lien possible : 7-3 (le seul lien permettant de compléter le tour)

On choisit 7-3 pour compléter le tour : 1-2-8-5-6-4-7-3-1

- b. P1 : 1-6-4-7-3-8-2-5-1
P2 : 1-2-5-3-6-8-4-7-1

Tour courant : 1. Commencer avec la ville 1.

Liens possibles : 1-6 [0;0,25), 1-5 [0,25;0,50), 1-2 [0,50;0,75), 1-7 [0,75;1)

Puisque $0,09656 < 0,25$, on choisit 1-6.

De plus, puisque $0,96657 > 0,1$, on ne fait pas de mutation

Tour courant : 1-6. Continuer avec la ville 6.

Liens possibles : 6-4 [0;0,33), 6-3 [0,33;0,66), 6-8 [0,66; 1)

Puisque $0,33 < 0,6482 < 0,66$, on choisit 6-3.

De plus, puisque $0,49222 > 0,1$, on ne fait pas de mutation.

Tour courant : 1-6-3. Continuer avec la ville 3.

Liens possibles : 3-7 [0;0,33), 3-8 [0,33;0,66), 3-5 [0,66; 1)

Puisque $0,33 < 0,49506 < 0,66$, on choisit 3-8.

De plus, puisque $0,10145 > 0,1$, on ne fait pas de mutation.

Tour courant : 1-6-3-8. Continuer avec la ville 8.

Liens possibles : 8-2 [0;0,5), 8-4 [0,5;1)

Puisque $0,48455 < 0,5$, on choisit 8-2.

De plus, puisque $0,23505 > 0,1$, on ne fait pas de mutation.

Tour courant : 1-6-3-8-2. Continuer avec la ville 2.

Lien possible : 2-5 [0;1)

Puisque $0,90430 < 1$, on choisit 2-5.

De plus, puisque $0,04180 < 0,1$, on fait une mutation; on rejette 2-5 et on considère tous les autres

liens possibles : 2-4 [0;0,5), 2-7 [0,5;1)

Puisque $0,24712 < 0,5$, on choisit 2-4.

Tour courant : 1-6-3-8-2-4. Continuer avec la ville 4.

Liens possibles : 4-7 [0;1)

Puisque $0,55799 < 1$, on choisit 4-7.

De plus, puisque $0,60857 > 0,1$, on ne fait pas de mutation.

Tour courant : 1-6-3-8-2-4-7. Continuer avec la ville 7.

Lien possible : 7-5 (le seul lien possible permettant de compléter le tour)

On choisit 7-5 pour compléter le tour : 1-6-3-8-2-4-7-5-1

- c. P1 : 1-5-7-4-6-2-3-8-1
P2 : 1-3-7-2-5-6-8-4-1

Tour courant : 1. Commencer avec la ville 1.

Liens possibles : 1-5 [0;0,25), 1-8 [0,25;0,50), 1-3 [0,50;0,75), 1-4 [0,75;1)

Puisque $0,09656 < 0,25$, on choisit 1-5.

De plus, puisque $0,96657 > 0,1$, on ne fait pas de mutation

Tour courant : 1-5. Continuer avec la ville 5.

Liens possibles : 5-7 [0;0,33), 5-2 [0,33;0,66), 5-6 [0,66; 1)

Puisque $0,33 < 0,6482 < 0,66$, on choisit 5-2.

De plus, puisque $0,49222 > 0,1$, on ne fait pas de mutation.

Tour courant : 1-5-2. Continuer avec la ville 2.

Liens possibles : 2-6 [0;0,33), 2-3 [0,33;0,66), 2-7 [0,66; 1)

Puisque $0,33 < 0,49506 < 0,66$, on choisit 2-3.

De plus, puisque $0,10145 > 0,1$, on ne fait pas de mutation.

Tour courant : 1-5-2-3. Continuer avec la ville 3.

Liens possibles : 3-8 [0;0,5), 3-7 [0,5;1)

Puisque $0,48455 < 0,5$, on choisit 3-8.

De plus, puisque $0,23505 > 0,1$, on ne fait pas de mutation.

Tour courant : 1-5-2-3-8. Continuer avec la ville 8.

Lien possible : 8-6 [0;0,50), 8-4 [0,5;1)

Puisque $0,5 < 0,90430 < 1$, on choisit 8-4.

De plus, puisque $0,04180 < 0,1$, on fait une mutation; on rejette 8-4 et on considère tous les autres liens possibles : 8-6 [0;0,5), 8-7 [0,5;1)

Puisque $0,24712 < 0,5$, on choisit 8-6.

Tour courant : 1-5-2-3-8-6. Continuer avec la ville 6.

Liens possibles : 6-4 [0;1)

Puisque $0,55799 < 1$, on choisit 6-4.

De plus, puisque $0,60857 > 0,1$, on ne fait pas de mutation.

Tour courant : 1-5-2-3-8-6-4. Continuer avec la ville 4.

Lien possible : 4-7 (le seul lien permettant de compléter le tour)

On choisit 4-7 pour compléter le tour : 1-5-2-3-8-6-4-7-1

2. **13.5-1, p. 658**

Voici les itérations de la méthode de recherche avec tabous :

City	1	2	3	4	5	6	7	8
1		14.0	15.0	-----	-----	-----	-----	17.0
2			13.0	14.0	20.0	-----	-----	21.0
3				11.0	21.0	17.0	9.0	9.0
4					11.0	10.0	8.0	20.0
5						15.0	18.0	-----
6							9.0	-----
7								13.0
8								

Best Distance = 98.0 Best Solution = 1-8-3-7-6-5-4-2-1

Iteration	Trial Solution	Distance	Tabu List
0	1-2-3-4-5-6-7-8-1	103.0	
1	1-3-2-4-5-6-7-8-1	107.0	1-3,2-4
2	1-3-8-7-6-5-4-2-1	100.0	1-3,2-4,3-8,2-1
3	1-8-3-7-6-5-4-2-1	98.0	3-8,2-1,1-8,3-7
4	1-8-3-7-6-4-5-2-1	99.0	1-8,3-7,6-4,5-2
5	1-8-3-7-4-6-5-2-1	102.0	6-4,5-2,7-4,6-5
6	1-8-3-4-7-6-5-2-1	103.0	7-4,6-5,3-4,7-6

Voici les itérations de la méthode de recuit simulé (les résultats varient d'une exécution à l'autre) :

Iteration	T	Trial Solution	Distance	Acceptance Prob.	Accept
0		1-2-3-4-5-6-7-8-1	103.0		
1	20.6	1-2-3-6-5-4-7-8-1	108.0	0,78	false
1	20.6	1-2-8-7-4-5-6-3-1	114.0	0,59	false
1	20.6	1-2-8-7-4-6-5-3-1	117.0	0,51	true
2	20.6	1-2-8-7-4-5-6-3-1	114.0	0,59	false
2	20.6	1-2-8-7-5-4-6-3-1	119.0	0,46	true
3	20.6	1-2-8-7-4-5-6-3-1	114.0	0,59	false
3	20.6	1-2-8-4-7-5-6-3-1	128.0	0,30	false
3	20.6	1-2-8-4-5-7-6-3-1	125.0	0,34	true
4	20.6	1-2-8-7-5-4-6-3-1	119.0	0,46	false
4	20.6	1-2-8-7-5-6-4-3-1	117.0	0,51	true
5	20.6	1-2-8-4-6-5-7-3-1	122.0	0,40	false
5	20.6	1-2-5-6-4-8-7-3-1	116.0	0,53	true
6	10.3	1-2-5-6-4-3-7-8-1	109.0	0,56	true
7	10.3	1-2-5-6-3-4-7-8-1	115.0	0,31	false
7	10.3	1-2-4-3-6-5-7-8-1	119.0	0,21	true
8	10.3	1-2-4-5-6-3-7-8-1	110.0	0,51	false
8	10.3	1-2-4-6-5-3-7-8-1	113.0	0,38	false
8	10.3	1-2-4-5-6-3-7-8-1	110.0	0,51	true
9	10.3	1-2-4-5-6-7-3-8-1	98.0	1,00	true
10	10.3	1-2-4-5-6-7-8-3-1	100.0	0,82	true
11	5.15	1-2-4-8-7-6-5-3-1	121.0	0,01	false
11	5.15	1-2-5-6-7-8-4-3-1	117.0	0,02	false
11	5.15	1-2-5-6-4-8-7-3-1	116.0	0,03	false
11	5.15	1-2-5-7-8-4-6-3-1	127.0	0,00	false
11	5.15	1-2-5-7-6-4-8-3-1	115.0	0,04	false
11	5.15	1-2-5-7-6-4-8-3-1	115.0	0,04	false
11	5.15	1-2-5-7-6-4-3-8-1	108.0	0,14	false
11	5.15	1-2-5-7-6-4-8-3-1	115.0	0,04	false
11	5.15	1-2-5-7-6-4-3-8-1	108.0	0,14	true
12	5.15	1-2-5-7-4-6-3-8-1	113.0	0,05	false
12	5.15	1-3-6-4-7-5-2-8-1	126.0	0,00	false
12	5.15	1-3-6-4-2-5-7-8-1	124.0	0,01	false
12	5.15	1-3-6-4-8-7-5-2-1	127.0	0,00	false
12	5.15	1-3-8-4-6-7-5-2-1	115.0	0,04	false
12	5.15	1-3-6-4-8-7-5-2-1	127.0	0,00	false
12	5.15	1-3-8-7-8-4-5-2-1	119.0	0,02	false
12	5.15	1-3-8-7-6-4-5-2-1	101.0	0,56	true
13	5.15	1-3-5-4-6-7-8-2-1	114.0	0,04	false
13	5.15	1-3-5-7-6-4-8-2-1	128.0	0,00	false
13	5.15	1-3-5-7-6-4-2-8-1	125.0	0,01	false
13	5.15	1-3-5-7-6-4-8-2-1	128.0	0,00	false
13	5.15	1-3-5-4-6-7-8-2-1	114.0	0,04	false
13	5.15	1-3-6-4-5-7-8-2-1	119.0	0,02	false
13	5.15	1-3-6-4-8-7-5-2-1	127.0	0,00	false
13	5.15	1-3-6-7-8-4-5-2-1	119.0	0,02	false
13	5.15	1-3-6-7-5-4-8-2-1	125.0	0,01	false

Best Distance = 98.0 Best Solution : 1-2-4-5-6-7-3-8-1

Iteration	T	Trial Solution	Distance	Acceptance Prob.	Accept
11	5.15	1-2-4-8-7-6-5-3-1	121.0	0,01	false
11	5.15	1-2-5-6-7-8-4-3-1	117.0	0,02	false
11	5.15	1-2-5-6-4-8-7-3-1	116.0	0,03	false
11	5.15	1-2-5-7-8-4-6-3-1	127.0	0,00	false
11	5.15	1-2-5-7-6-4-8-3-1	115.0	0,04	false
11	5.15	1-2-5-7-6-4-3-8-1	108.0	0,14	false
11	5.15	1-2-5-7-6-4-8-3-1	115.0	0,04	false
11	5.15	1-2-5-7-6-4-3-8-1	108.0	0,14	true
12	5.15	1-2-5-7-4-6-3-8-1	113.0	0,05	false
12	5.15	1-3-6-4-7-5-2-8-1	126.0	0,00	false
12	5.15	1-3-6-4-2-5-7-8-1	124.0	0,01	false
12	5.15	1-3-6-4-8-7-5-2-1	127.0	0,00	false
12	5.15	1-3-8-4-6-7-5-2-1	115.0	0,04	false
12	5.15	1-3-6-4-8-7-5-2-1	127.0	0,00	false
12	5.15	1-3-8-7-8-4-5-2-1	119.0	0,02	false
12	5.15	1-3-8-7-6-4-5-2-1	101.0	0,56	true
13	5.15	1-3-5-4-6-7-8-2-1	114.0	0,04	false
13	5.15	1-3-5-7-6-4-8-2-1	128.0	0,00	false
13	5.15	1-3-5-7-6-4-2-8-1	125.0	0,01	false
13	5.15	1-3-5-7-6-4-8-2-1	128.0	0,00	false
13	5.15	1-3-5-4-6-7-8-2-1	114.0	0,04	false
13	5.15	1-3-6-4-5-7-8-2-1	119.0	0,02	false
13	5.15	1-3-6-4-8-7-5-2-1	127.0	0,00	false
13	5.15	1-3-6-7-8-4-5-2-1	119.0	0,02	false
13	5.15	1-3-6-7-5-4-8-2-1	125.0	0,01	false

Best Distance = 98.0 Best Solution : 1-2-4-5-6-7-3-8-1

Iteration	T	Trial Solution	Distance	Acceptance Prob.	Accept
25	1.2875	1-2-5-6-4-7-3-8-1	102.0	0,04	false
25	1.2875	1-2-5-7-4-6-3-8-1	113.0	0,00	false
25	1.2875	1-2-5-4-7-6-3-8-1	105.0	0,00	false
25	1.2875	1-2-5-4-6-7-3-8-1	99.0	0,46	false
25	1.2875	1-2-5-4-6-7-8-3-1	101.0	0,10	false
25	1.2875	1-2-5-6-4-7-8-3-1	104.0	0,01	false
25	1.2875	1-2-5-6-4-7-3-8-1	102.0	0,04	false
25	1.2875	1-2-5-6-4-3-7-8-1	109.0	0,00	false
25	1.2875	1-2-5-6-4-7-3-8-1	102.0	0,04	false
25	1.2875	1-2-5-6-4-7-8-3-1	104.0	0,01	false
25	1.2875	1-2-5-4-6-7-8-3-1	101.0	0,10	false
25	1.2875	1-2-4-5-6-7-8-3-1	100.0	0,21	false
25	1.2875	1-2-4-6-5-7-8-3-1	108.0	0,00	false
25	1.2875	1-2-4-6-5-7-3-8-1	106.0	0,00	false
25	1.2875	1-2-4-6-7-5-3-8-1	112.0	0,00	false
25	1.2875	1-2-4-6-3-5-7-8-1	124.0	0,00	false
25	1.2875	1-3-6-4-2-5-7-8-1	124.0	0,00	false
25	1.2875	1-3-6-4-7-5-2-8-1	126.0	0,00	false
25	1.2875	1-3-6-4-2-5-7-8-1	124.0	0,00	false
25	1.2875	1-3-5-2-4-6-7-8-1	119.0	0,00	false
25	1.2875	1-3-2-5-4-6-7-8-1	108.0	0,00	false
25	1.2875	1-3-2-5-6-4-7-8-1	111.0	0,00	false
25	1.2875	1-3-2-4-6-5-7-8-1	115.0	0,00	false
25	1.2875	1-3-2-4-5-6-7-8-1	107.0	0,00	false
25	1.2875	1-3-8-7-6-5-4-2-1	100.0	0,21	true

Best Distance = 98.0 Best Solution : 1-2-4-5-6-7-3-8-1

Voici les itérations ainsi que le tableau final pour l’algorithme génétique (les résultats varient d’une exécution à l’autre) :

Iteration	Best Solution	Fitness
1	1-2-5-4-6-7-3-8-1	99.0
2	1-2-5-4-6-7-3-8-1	99.0
3	1-2-5-4-6-7-3-8-1	99.0
4	1-2-5-4-6-7-3-8-1	99.0
5	1-2-5-4-6-7-3-8-1	99.0
6	1-2-5-4-6-7-3-8-1	99.0

Best Distance = 99.0 Best Solution = 1-2-5-4-6-7-3-8-1

Population	Fitness	Children	Fitness
1-2-5-4-6-7-3-8-1	99.0	1-8-7-6-4-3-5-2-1	115.0
1-2-5-4-6-7-3-8-1	99.0	1-2- 5 -7-6-4-3-8-1	108.0
1-2-5-4-6-7-3-8-1	99.0	1-8-7-6-4-3-5-2-1	115.0
1-8-7-6-4-5-3-2-1	108.0	1-2-5- 7 -6-4- 8 -3-1	115.0
1-2-3-4-6-5-7-8-1	111.0	1-8-3-7-6-4-5-2-1	99.0
1-8-7-5-6-4-3-2-1	111.0	1-3-8-7-6-4-5-2-1	101.0
1-8-3-5-7-6-4-2-1	112.0		
1-8-7-3-5-6-4-2-1	113.0		
1-2-5-3-4-6-7-8-1	115.0		
1-8-7-6-4-2-5-3-1	119.0		

La recherche avec tabous et le recuit simulé trouvent la meilleure solution (valeur = 98), alors que l’algorithme génétique trouve une solution de valeur 99.

3. **11.9-2, p. 543**

Dans ce problème, on considère qu’il y a deux contraintes :

$$alldiff(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$$

$$x_1 + x_3 + x_4 \leq 25$$

On applique d’abord la réduction de domaine pour *alldiff* :

On peut éliminer la valeur 3 du domaine de x_3 , car si $x_3 = 3$, alors :

$$x_2 \in \{6\}, x_4 \in \{12\}, \text{ mais alors le domaine de } x_1 \text{ est vide.}$$

On peut éliminer la valeur 6 du domaine de x_3 , car si $x_3 = 6$, alors :

$$x_2 \in \{3\}, x_4 \in \{12\}, \text{ mais alors le domaine de } x_1 \text{ est vide.}$$

On peut éliminer la valeur 12 du domaine de x_3 , car si $x_3 = 12$, alors :

$$x_4 \in \{6\}, x_2 \in \{3\}, \text{ mais alors le domaine de } x_1 \text{ est vide.}$$

On peut éliminer la valeur 9 du domaine de x_5 , car c’est la seule valeur qui reste dans le domaine de x_3 .

On peut aussi éliminer la valeur 12 du domaine de x_5 , car si $x_5 = 12$, alors :

$$x_4 \in \{6\}, x_2 \in \{3\}, \text{ mais alors le domaine de } x_1 \text{ est vide.}$$

Il n’y a aucune autre réduction de domaine possible. Nous obtenons alors les domaines suivants :

$$x_1 \in \{3, 6, 12\}, x_2 \in \{3, 6\}, x_3 \in \{9\}, x_4 \in \{6, 12\}, x_5 \in \{15, 18\}$$

On applique maintenant la réduction de domaine pour $x_1 + x_3 + x_4 \leq 25$:

On peut éliminer la valeur 12 du domaine de x_1 , car si $x_1 = 12$, la contrainte revient alors à $x_4 \leq 4$, qui ne peut être satisfaite.

Il n'y a aucune autre réduction de domaine possible. Nous obtenons alors les domaines suivants :

$$x_1 \in \{3,6\}, x_2 \in \{3,6\}, x_3 \in \{9\}, x_4 \in \{6,12\}, x_5 \in \{15,18\}$$

Notons qu'il y a eu *propagation de contraintes*, car sans les réductions de domaine pour *alldiff*, nous n'aurions pu effectuer de réduction de domaine pour la contrainte $x_1 + x_3 + x_4 \leq 25$.

On applique à nouveau la réduction de domaine pour *alldiff* :

On peut éliminer la valeur 6 du domaine de x_4 , car si $x_4 = 6$, alors :

$$x_2 \in \{3\}, \text{ mais alors le domaine de } x_1 \text{ est vide.}$$

Il n'y a aucune autre réduction de domaine possible. Nous obtenons alors les domaines suivants :

$$x_1 \in \{3,6\}, x_2 \in \{3,6\}, x_3 \in \{9\}, x_4 \in \{12\}, x_5 \in \{15,18\}$$

Notons qu'il y a eu à nouveau *propagation de contraintes*, car sans les réductions de domaine pour $x_1 + x_3 + x_4 \leq 25$, nous n'aurions pu effectuer cette dernière réduction de domaine pour *alldiff*.

On applique à nouveau la réduction de domaine pour $x_1 + x_3 + x_4 \leq 25$:

On peut éliminer la valeur 6 du domaine de x_1 , car si $x_1 = 6$, on obtient $x_1 + x_3 + x_4 = 27 > 25$.

Il n'y a aucune autre réduction de domaine possible. Nous obtenons alors les domaines suivants :

$$x_1 \in \{3\}, x_2 \in \{3,6\}, x_3 \in \{9\}, x_4 \in \{12\}, x_5 \in \{15,18\}$$

On applique à nouveau la réduction de domaine pour *alldiff* :

On peut éliminer la valeur 3 du domaine de x_2 , car c'est la seule valeur qui reste dans le domaine de x_1 .

Il n'y a aucune autre réduction de domaine possible. Nous obtenons alors les domaines suivants :

$$x_1 \in \{3\}, x_2 \in \{6\}, x_3 \in \{9\}, x_4 \in \{12\}, x_5 \in \{15,18\}$$

Pour identifier une solution optimale, on crée deux sommets :

1) $x_5 = 15$: on obtient une solution, puisque le domaine de chaque variable se réduit à une seule valeur; cette solution, (3,6,9,12,15), a une valeur $Z = 138$;

2) $x_5 = 18$: on obtient une solution, puisque le domaine de chaque variable se réduit à une seule valeur; cette solution, (3,6,9,12,18), a une valeur $Z = 99$.

La solution optimale est donc (3,6,9,12,15) da valeur $Z = 138$.

4. 11.9-6, p. 543

Variables

y_i = nombre de jours d'étude consacrés au cours i , $i = 1, 2, 3, 4$, $y_i \in \{1, 2, 3, 4\}$

z_i = contribution à la valeur de l'objectif de l'affectation du nombre de jours au cours i ,

$z_i \in \{c_{i1}, c_{i2}, c_{i3}, c_{i4}\}$ (voir tableau 10.3-2, p. 474)

Objectif

$$\max Z = \sum_{i=1}^4 z_i$$

Contraintes

$element(y_1, [3, 5, 6, 7], z_1)$

$element(y_2, [5, 5, 6, 9], z_2)$

$element(y_3, [2, 4, 7, 8], z_3)$

$element(y_4, [6, 7, 9, 9], z_4)$

$$\sum_{i=1}^4 y_i \leq 7$$

$y_i \in \{1, 2, 3, 4\}$, $i = 1, 2, 3, 4$