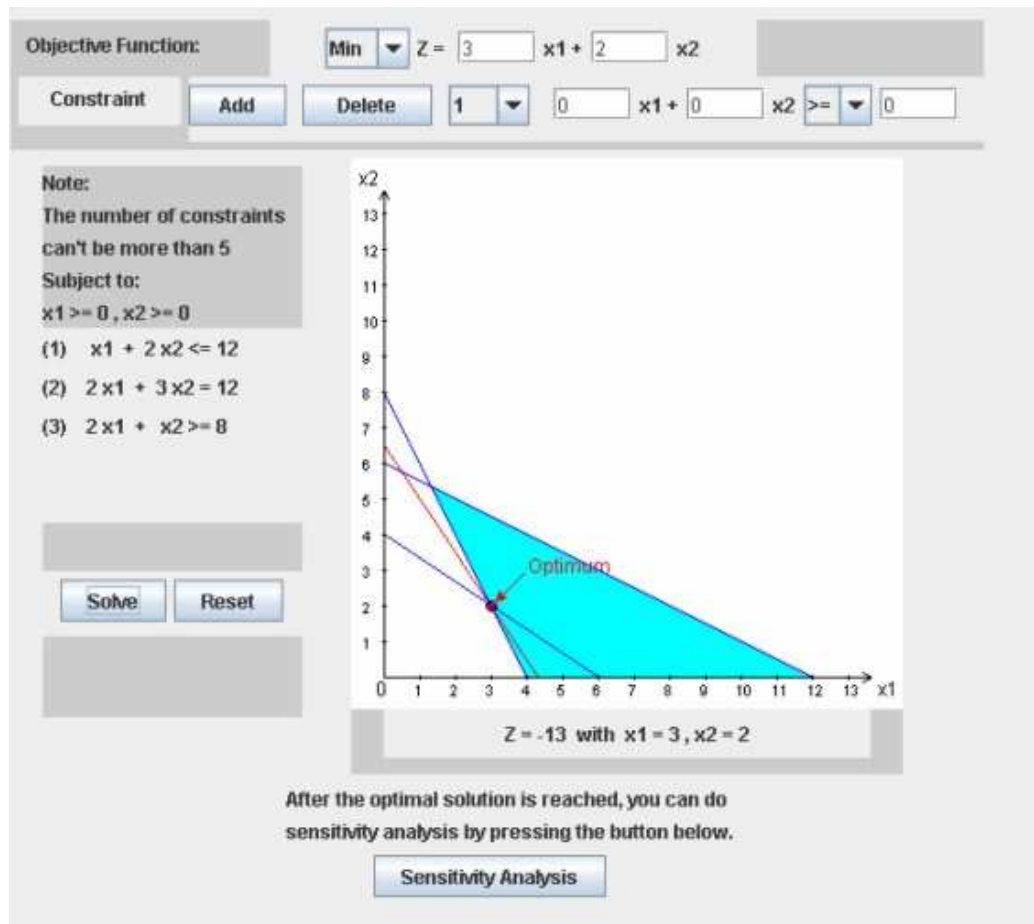


1. 3.4-4, p. 94



Le domaine réalisable est constitué uniquement du segment joignant les points extrêmes  $(6,0)$  et  $(3,2)$  qui se trouvent sur la droite  $2x_1 + 3x_2 = 12$ . Notons que la première contrainte est redondante et aurait pu être éliminée du modèle.

## 2. 3.4-9, p. 95

- a. Il y a trois quarts à temps plein : 1. de 8h à 16h; 2. de midi à 20h; 3. de 16h à minuit. Il y a quatre quarts à temps partiel : 4. de 8h à midi; 5. de midi à 16h; 6. de 16h à 20h; 7. de 20h à minuit.

Variables de décision :

$x_i$  = nombre d'employés à temps plein travaillant durant le quart  $i$ .

Le coût par employé pour chaque quart à temps plein est : 14\$/h . 8h = 112\$.

Le coût par employé pour chaque quart à temps partiel est : 12\$/h . 4h = 48\$.

Objectif :

$$\text{Min } Z = 112(x_1 + x_2 + x_3) + 48(x_4 + x_5 + x_6 + x_7)$$

Contraintes fonctionnelles :

$$x_1 + x_4 \geq 4$$

$$x_1 + x_2 + x_5 \geq 8$$

$$x_2 + x_3 + x_6 \geq 10$$

$$x_3 + x_7 \geq 6$$

$$x_1 \geq 2x_4$$

$$x_1 + x_2 \geq 2x_5$$

$$x_2 + x_3 \geq 2x_6$$

$$x_3 \geq 2x_7$$

Contraintes de non négativité :

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, 7$$

b. Voir le fichier *TP2\_Horaire.xls*

### TP2\_Horaire

	Salaire/h	Heures/quart	Salaire total								
Plein	14 \$	8	112 \$								
Partiel	12 \$	4	48 \$								
	8h-16h	midi-20h	16h-minuit	8h-midi	midi-16h	16h-20h	20h-minuit				
	Plein	Plein	Plein	Partiel	Partiel	Partiel	Partiel				
Coût/quart	112 \$	112 \$	112 \$	48 \$	48 \$	48 \$	48 \$				
Période								Total Travaillé		Minimum Requis	
8h-midi	1	0	0	1	0	0	0	4	>=	4	
	1	0	0	-2	0	0	0	3E-10	>=	0	
midi-16h	1	1	0	0	1	0	0	8	>=	8	
	1	1	0	0	-2	0	0	2,9E-11	>=	0	
16h-20h	0	1	1	0	0	1	0	10	>=	10	
	0	1	1	0	0	-2	0	-3E-10	>=	0	
20h-minuit	0	0	1	0	0	0	1	6	>=	6	
	0	0	1	0	0	0	-2	2,7E-11	>=	0	
Nombre d'employés	2,6666667	2,6666667	4	1,333333333	2,6666667	3,3333333	2			Min \$1 493	

La solution optimale n'est pas entière : l'hypothèse de divisibilité n'est pas satisfaite.

La meilleure solution entière est donnée par le résultat suivant :

### TP2\_Horaire

	Salaire/h	Heures/quart	Salaire total								
Plein	14 \$	8	112 \$								
Partiel	12 \$	4	48 \$								
	8h-16h	midi-20h	16h-minuit	8h-midi	midi-16h	16h-20h	20h-minuit				
	Plein	Plein	Plein	Partiel	Partiel	Partiel	Partiel				
Coût/quart	112 \$	112 \$	112 \$	48 \$	48 \$	48 \$	48 \$				
Période								Total Travaillé		Minimum Requis	
8h-midi	1	0	0	1	0	0	0	4	>=	4	
	1	0	0	-2	0	0	0	1	>=	0	
midi-16h	1	1	0	0	1	0	0	8	>=	8	
	1	1	0	0	-2	0	0	2	>=	0	
16h-20h	0	1	1	0	0	1	0	10	>=	10	
	0	1	1	0	0	-2	0	1	>=	0	
20h-minuit	0	0	1	0	0	0	1	6	>=	6	
	0	0	1	0	0	0	-2	0	>=	0	
Nombre d'employés	3	3	4	1	2	3	2			Min \$1 504	

### 3. 3.4-15, p. 97

a. Variables de décision :

$x_P$  = nombre de tranches de pain

$x_B$  = nombre de cuillerées de beurre d'arachide

$x_C$  = nombre de cuillerées de confiture de fraises

$x_G$  = nombre de biscuits Graham

$x_L$  = nombre de tasses de lait

$x_J$  = nombre de tasses de jus

Objectif :

$$\text{Min } Z = 5x_P + 4x_B + 7x_C + 8x_G + 15x_L + 35x_J$$

Contraintes fonctionnelles :

$$70x_P + 100x_B + 50x_C + 60x_G + 150x_L + 100x_J \geq 400 \text{ (minimum sur le nombre de calories)}$$

$$70x_P + 100x_B + 50x_C + 60x_G + 150x_L + 100x_J \leq 600 \text{ (maximum sur le nombre de calories)}$$

$$10x_P + 75x_B + 20x_G + 70x_L \leq 0.3(70x_P + 100x_B + 50x_C + 60x_G + 150x_L + 100x_J) \text{ (pas plus de 30\% des calories en graisse)}$$

$$3x_C + 2x_L + 120x_J \geq 60 \text{ (au moins 60 mg de vitamine C)}$$

$$3x_P + 4x_B + 1x_G + 8x_L + 1x_J \geq 12 \text{ (au moins 12 g de protéine)}$$

$$x_P = 2 \text{ (exactement 2 tranches de pain)}$$

$$x_B \geq 2x_C \text{ (au moins 2 fois plus de beurre d'arachide que de confiture de fraises)}$$

$$x_L + x_J \geq 1 \text{ (au moins une tasse de liquide, lait ou jus)}$$

Contraintes de non négativité :

$$x_P \geq 0, x_B \geq 0, x_C \geq 0, x_G \geq 0, x_L \geq 0, x_J \geq 0$$

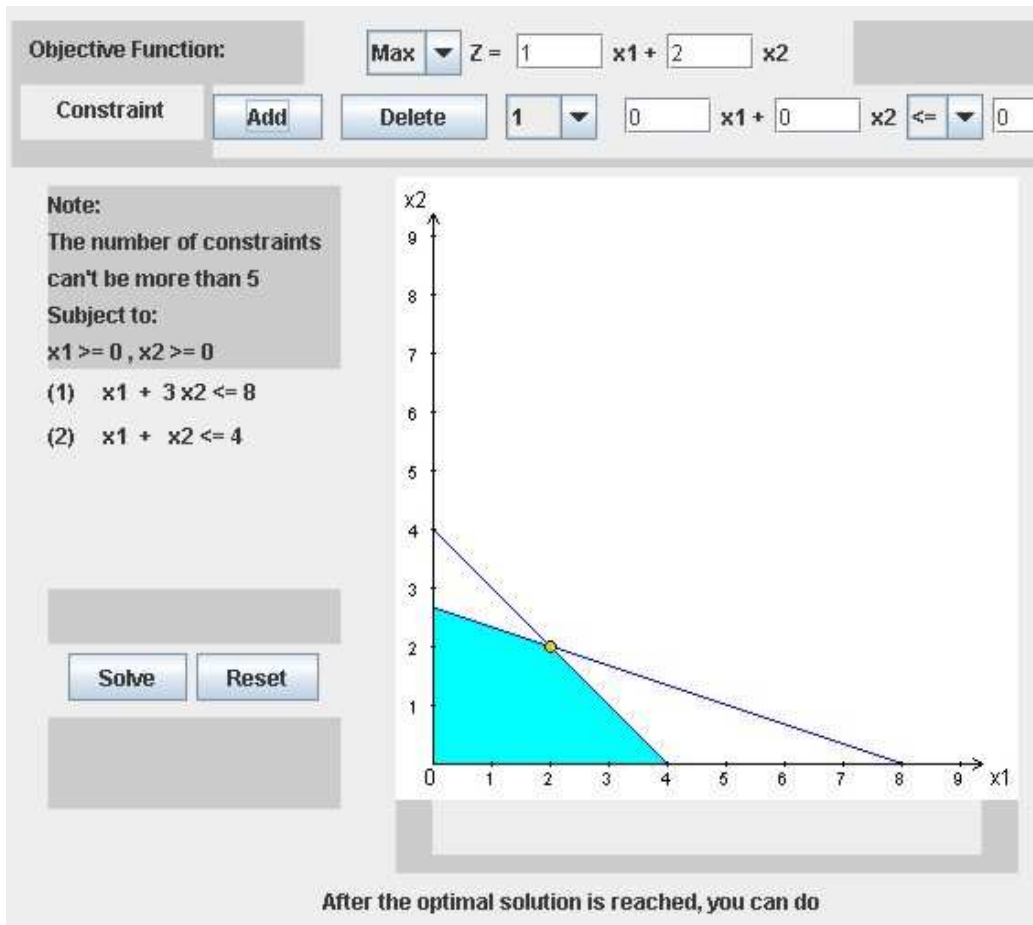
La troisième contrainte (pas plus de 30% des calories en graisse) peut s'écrire ainsi :

$$-11x_P + 45x_B - 15x_C + 2x_G + 25x_L - 30x_J \leq 0$$



4. 4.1.5, p. 162

a.



b.

(0,0)	Réalisable	$Z=0$
(4,0)	Réalisable	$Z=4$
(8,0)	Non réalisable	$Z=8$
(2,2)	Réalisable	$Z=6$
(0,8/3)	Réalisable	$Z=16/3$
(0,4)	Non réalisable	$Z=8$

La solution optimale est (2,2) de valeur  $Z=6$ .

c. Point extrême initial : (0,0)

Points extrêmes adjacents : (0,8/3) et (4,0); on choisit (0,8/3)

Point extrême adjacent : (2,2); (0,4) est la rencontre de deux frontières, mais non réalisable

La solution est optimale, car tout point extrême adjacent est de valeur moindre

5. 4.2.2, p. 163

a.  $\text{Max } Z = x_1 + 2x_2$

$$x_1 + 3x_2 + x_3 = 8$$

$$x_1 + x_2 + x_4 = 4$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0$$

b.

Point extrême	Solution de base	Variables de base	Variables hors-base
(0,0)	(0,0,8,4)	$x_3, x_4$	$x_1, x_2$
(4,0)	(4,0,4,0)	$x_1, x_3$	$x_2, x_4$
(2,2)	(2,2,0,0)	$x_1, x_2$	$x_3, x_4$
(0,8/3)	(0,8/3,0,4/3)	$x_2, x_4$	$x_1, x_3$

c.  $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0,0,8,4) \Leftrightarrow x_1 = x_2 = 0, x_3 = 8 - x_1 - 3x_2 = 8, x_4 = 4 - x_1 - x_2 = 4$

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) = (4,0,4,0) \Leftrightarrow x_2 = x_4 = 0, x_1 = 4 - x_2 - x_4 = 4, x_3 = 8 - x_1 - 3x_2 = 8 - 4 - 0 = 4$$

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) = (2,2,0,0) \Leftrightarrow x_3 = x_4 = 0, x_1 = 8 - 3x_2, x_2 = 4 - (8 - 3x_2)$$

$$\Leftrightarrow x_3 = x_4 = 0, x_1 = 2, x_2 = 2$$

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0,8/3,0,4/3) \Leftrightarrow x_1 = x_3 = 0, 3x_2 = 8 - x_1 - x_3, x_4 = 4 - x_1 - x_2$$

$$\Leftrightarrow x_1 = x_3 = 0, x_2 = 8/3, x_4 = 4/3$$

d.

Point extrême	Solution de base	Variables de base	Variables hors-base
(0,4)	(0,4,-4,0)	$x_2, x_3$	$x_1, x_4$
(8,0)	(8,0,0,-4)	$x_1, x_4$	$x_2, x_3$

e.  $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0,4,-4,0) \Leftrightarrow x_1 = x_4 = 0, x_2 = 4 - x_1 - x_4 = 4, x_3 = 8 - x_1 - 3x_2 = -4$

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) = (8,0,0,-4) \Leftrightarrow x_2 = x_3 = 0, x_1 = 8 - 3x_2 - x_3 = 8, x_4 = 4 - x_1 - x_2 = -4$$

6. 4.1.8, p. 162

a. Vrai : lorsqu'on minimise, la meilleure valeur est la plus petite

b. Faux : si on a une infinité de solutions optimales

c. Vrai : attention, l'énoncé dit « peut avoir », et non « doit avoir »; dans ce cas, l'énoncé serait faux, car on pourrait avoir une solution optimale qui est un point extrême, et une infinité de solutions optimales!