

1. 4.3.2, p. 163

a. Solution de base réalisable initiale : $x_1 = x_2 = 0 \Rightarrow x_3 = 8, x_4 = 4$

Critère d'arrêt : $Z = x_1 + 2x_2 = 0$ et la solution n'est pas optimale car les coûts réduits sont positifs

Variable d'entrée : x_2 car c'est la variable avec le coût réduit le plus grand

Variable de sortie : $x_1 = 0$ implique

$$x_3 = 8 - 3x_2 \geq 0 \Rightarrow x_2 \leq 8/3$$

$$x_4 = 4 - x_2 \geq 0 \Rightarrow x_2 \leq 4$$

On choisit donc x_3 comme variable de sortie.

Pivot : on fait entrer x_2 dans la base et on fait sortir x_3 (on traite l'objectif comme une équation quelconque)

$$\begin{array}{rcccc} & 1/3x_1 & + x_2 & + 1/3x_3 & = & 8/3 \\ & 2/3x_1 & & - 1/3x_3 & + x_4 & = & 4/3 \\ Z & -1/3x_1 & & + 2/3x_3 & & = & 16/3 \end{array}$$

Critère d'arrêt : $Z = 1/3x_1 - 2/3x_3 + 16/3$ la solution n'est pas optimale car le coût réduit de x_1 est > 0

Variable d'entrée : x_1

Variable de sortie : $x_3 = 0$ implique

$$x_2 = 8/3 - 1/3x_1 \geq 0 \Rightarrow x_1 \leq 8$$

$$x_4 = 4/3 - 2/3x_1 \geq 0 \Rightarrow x_1 \leq 2$$

On choisit donc x_4 comme variable de sortie.

Pivot : on fait entrer x_1 dans la base et on fait sortir x_4

$$\begin{array}{rcccc} & + x_2 & + 1/2x_3 & - 1/2x_4 & = & 2 \\ x_1 & & - 1/2x_3 & + 3/2x_4 & = & 2 \\ Z & & + 1/2x_3 & + 1/2x_4 & = & 6 \end{array}$$

Critère d'arrêt : $Z = -1/2x_3 - 1/2x_4 + 6$ et la solution est optimale car tous les coûts réduits sont non positifs

b. On choisit d'abord l'option « Enter or revise a general LP »

Number of Decision Variables (≤ 6):

Number of Functional Constraints (≤ 6):

(To make a new number above take effect, you must press the ENTER key.)

Max Z = x1 + x2

Subject to:

x1 + x2

x1 + x2

And

x1 , x2

Ensuite, « Set up for the simplex method »

The current procedure is finished. Please go to the Procedure menu to continue!

Maximize Z: Z - 1 x1 - 2 x2 + 0 x3 + 0 x4 = 0

1 x1 + 3 x2 + 1 x3 + 0 x4 = 8

1 x1 + 1 x2 + 0 x3 + 1 x4 = 4

x1 \geq 0 x2 \geq 0 x3 \geq 0 x4 \geq 0

Finalement, « Solve interactively by the simplex method » (*attention* : comment interpréter la ligne de l'objectif ?)

Bas Var	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	Right Side
Z	0	1	-1	-2	0	0	0
x3	1	0	1	3	1	0	8
x4	2	0	1	1	0	1	4

Is the current feasible solution optimal?

Voici les étapes de la méthode du simplexe :

Bas Var	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	Right Side
Z	0	1	-1	-2	0	0	0
x3	1	0	1	3	1	0	8
x4	2	0	1	1	0	1	4

Select the entering and the leaving basic variable by clicking on the corresponding column and row (pivot equation) above. Then enter the factor by which to divide the pivot equation. Then press the NEXT button.

Bas Var	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	Right Side
Z	0	1	-1	-2	0	0	0
x2	1	0	0,333	1	0,333	0	2,667
x4	2	0	1	1	0	1	4

Enter the multiple of Equation 1 to subtract from Equation 0:

Enter the multiple of Equation 1 to subtract from Equation 2:

Bas Var	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	Right Side
Z	0	1	-0,333	0	0,667	0	5,333
x2	1	0	0,333	1	0,333	0	2,667
x4	2	0	0,667	0	-0,333	1	1,333

Is the current feasible solution optimal?

Bas Var	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	Right Side
Z	0	1	-0,333	0	0,667	0	5,333
x2	1	0	0,333	1	0,333	0	2,667
x4	2	0	0,667	0	-0,333	1	1,333

Select the entering and the leaving basic variable by clicking on the corresponding column and row (pivot equation) above. Then enter the factor by which to divide the pivot equation. Then press the NEXT button.

Bas Var	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	Right Side
Z	0	1	-0,333	0	0,667	0	5,333
x2	1	0	0,333	1	0,333	0	2,667
x1	2	0	1	0	-0,5	1,5	2

Enter the multiple of Equation 2 to subtract from Equation 0:

Enter the multiple of Equation 2 to subtract from Equation 1:

Bas Var	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	Right Side
Z	0	1	0	0	0,5	0,5	6
x2	1	0	0	1	0,5	-0,5	2
x1	2	0	1	0	-0,5	1,5	2

Is the current feasible solution optimal? y

Click the **FINISH** button, and then go to the Procedure menu to continue.

Bas Var	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	Right Side
Z	0	1	0	0	0,5	0,5	6
x2	1	0	0	1	0,5	-0,5	2
x1	2	0	1	0	-0,5	1,5	2

You have now completed the Simplex Method for this problem.
You may print your work by choosing Print to File under the File menu.

- c. Toujours dans IOR Tutorial, on choisit d'abord « Enter or revise a general LP », puis « Solve automatically by the simplex method »

Optimal Solution

Objective Function: Z = 6

Variable	Value
X1	2
X2	2

Objective Function Coefficients

Allowable Range to Stay Optimal

Current Value	Minimum	Maximum
1	0,67	2
2	1	3

Constraint	Slack or Surplus	Shadow Price
1	0	0,5
2	0	0,5

Allowable Range for Right-Hand Side

Current Value	Minimum	Maximum
8	4	12
4	2,67	8

2. 4.6.5, p. 166

a. Avec le IOR Tutorial (en faisant Solve, on obtient une valeur négative pour une des variables)

Objective Function: **Max** Z = 90 x1 + 70 x2

Constraint **Add** **Delete** 1 0 x1 + 0 x2 >= 0

Note:
The number of constraints can't be more than 5
Subject to:
x1 >= 0, x2 >= 0
(1) 2 x1 + x2 <= 2
(2) x1 - x2 >= 2

Solve **Reset**

The graph shows a coordinate system with x1 on the horizontal axis and x2 on the vertical axis. Two lines are plotted: a red line representing the constraint 2x1 + x2 = 2, which passes through (0, 2) and (1, 0); and a blue line representing the constraint x1 - x2 = 2, which passes through (2, 0) and (0, -2). The feasible region is the area where both constraints are satisfied and both variables are non-negative. The optimal solution is found at the intersection of the two lines, which is at x1 = 1.33 and x2 = -0.67. The objective function value at this point is Z = 73.33.

Z = 73,33 with x1 = 1,33, x2 = -0,67

After the optimal solution is reached, you can do sensitivity analysis by pressing the button below.

Sensitivity Analysis

b. Avec le IOR Tutorial
« Enter or revise a general LP »

Number of Decision Variables (<= 6): 2

Number of Functional Constraints (<= 6): 2

(To make a new number above take effect, you must press the ENTER key.)

Max Z = 90 x1 + 70 x2

Subject to:

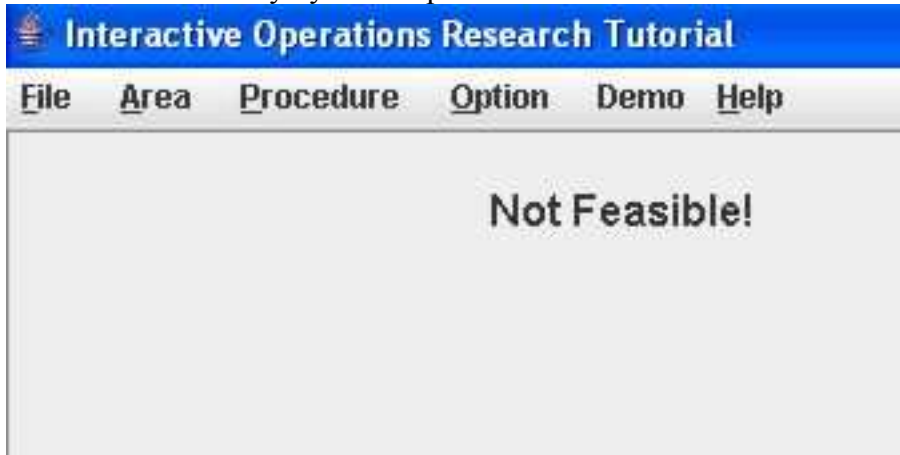
2 x1 + 1 x2 <= 2

1 x1 + -1 x2 >= 2

And

x1 >= 0, x2 >= 0

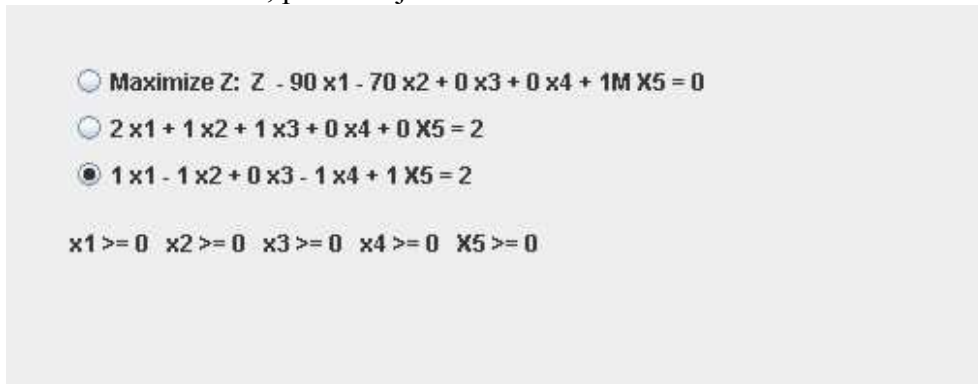
« Solve automatically by the simplex method »



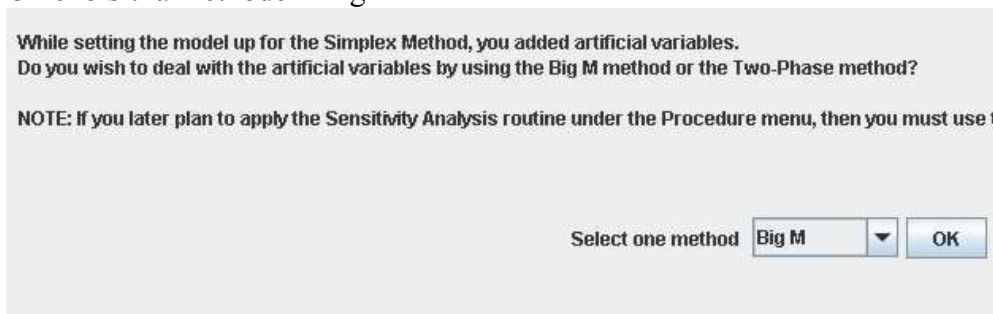
c. Avec le IOR Tutorial

« Set up the simplex method »

On ajoute une variable d'écart à la première contrainte, on soustrait une variable de surplus à la deuxième contrainte, puis on ajoute une variable artificielle à la deuxième contrainte :



On choisit la méthode « Big M »



On obtient alors le tableau suivant. On a introduit la variable artificielle x_5 afin d'obtenir une solution de base, mais le coefficient de cette variable dans l'objectif n'est pas 0! Il faut donc l'annuler en soustrayant de la ligne de l'objectif M la ligne associée à x_5 .

Ba...	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	x5	Right Side
Z	0	1	-90	-70	0	0	1M	0
x3	1	0	2	1	1	0	0	2
x5	2	0	1	-1	0	-1	1	2

Click on an equation which, after being multiplied by the appropriate multiple, needs to be subtracted from Equation 0.

Please input the multiple:

On obtient alors le tableau suivant à partir duquel on applique la méthode du simplexe :

Ba...	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	x5	Right Side
Z	0	1	-1M-90	1M-70	0	1M	0	-2M
x3	1	0	2	1	1	0	0	2
x5	2	0	1	-1	0	-1	1	2

On effectue un pivot sur x_1 :

Bas V...	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	x5	Right Side
Z	0	1	-1M-90	1M-70	0	1M	0	-2M
x3	1	0	2	1	1	0	0	2
x5	2	0	1	-1	0	-1	1	2

Select the entering and the leaving basic variable by clicking on the corresponding column and row (pivot equation) above. Then enter the factor by which to divide the pivot equation. Then press the NEXT button.

2

La solution obtenue est optimale :

Bas V...	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	x5	Right Side
Z	0	1	0	1,5M-25	0,5M+45	1M	0	-1M+90
x1	1	0	1	0,5	0,5	0	0	1
x5	2	0	0	-1,5	-0,5	-1	1	1

Is the current feasible solution optimal?

Comme la variable artificielle prend une valeur positive, on en conclut que le problème est non réalisable.

- d. La méthode à deux phases consiste tout simplement à exécuter une Phase I, dans laquelle on minimise la somme des variables artificielles. A l'optimum de cette Phase I, il y a deux cas possibles : 1) la valeur optimale est > 0 , ce qui implique que le problème est non réalisable; 2) la valeur optimale est 0, ce qui implique que le problème est réalisable, et on passe alors à la Phase II, dans laquelle on résout avec l'objectif original en démarrant avec la solution de base réalisable obtenue à la fin de la Phase I.

Avec le IOR Tutorial, on choisit d'abord la méthode « two-phase » :

While setting the model up for the Simplex Method, you added artificial variables.
Do you wish to deal with the artificial variables by using the Big M method or the Two-Phase method?

NOTE: If you later plan to apply the Sensitivity Analysis routine under the Procedure menu, then you must use the Big M method.

Select one method Two-Phase ▼ OK

Puis, on entre la fonction objectif de la Phase I :

Artificial variables: X5
 To begin Phase 1 of the Two-Phase method to deal with these artificial variables, you now need to enter a new objective function below.

Min x1 + x2 + x3 + x4 + x5

On obtient alors le modèle suivant :

Ba...	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	X5	Right Side
Z	0	1	0	0	0	0	1	0
x3	1	0	2	1	1	0	0	2
X5	2	0	1	-1	0	-1	1	2

Mais il faut éliminer le coefficient de la variable artificielle dans l'objectif :

Click on an equation which, after being multiplied by the appropriate multiple, needs to be subtracted from Equation 0.

Please input the multiple:

On obtient alors le modèle suivant qu'on résout de manière interactive :

Bas V...	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	X5	Right Side
Z	0	1	-1	1	0	1	0	-2
x3	1	0	2	1	1	0	0	2
X5	2	0	1	-1	0	-1	1	2

Is the current feasible solution optimal?

On pivote sur x_1 (attention à l'interprétation à donner à la ligne de l'objectif) :

Bas V...	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	x5	Right Side
Z	0	1	0	1,5	0,5	1	0	-1
x1	1	0	1	0,5	0,5	0	0	1
x5	2	0	0	-1,5	-0,5	-1	1	1

Is the current feasible solution optimal?

La solution obtenue est optimale, mais la variable artificielle est à valeur positive : le problème est non réalisable.

Le méthode du « grand M » et la méthode à deux phases sont équivalentes : elles effectueront les mêmes pivots. L'avantage de la méthode à deux phases est qu'on n'a pas à calculer avec de grandes valeurs.

3. 4.6.10, p. 167

a. Avec IOR Tutorial

On ajoute d'abord une variable artificielle à la première contrainte, puis on soustrait une variable de surplus à la deuxième contrainte et on lui ajoute une variable artificielle.

Minimize Z: $Z - 3x_1 - 2x_2 - 7x_3 - 1Mx_4 + 0x_5 - 1Mx_6 = 0$
 $-1x_1 + 1x_2 + 0x_3 + 1x_4 + 0x_5 + 0x_6 = 10$
 $2x_1 - 1x_2 + 1x_3 + 0x_4 - 1x_5 + 1x_6 = 10$

$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0 \quad x_4 \geq 0 \quad x_5 \geq 0 \quad x_6 \geq 0$

Après avoir éliminé les coefficients associés aux variables artificielles dans l'objectif, on obtient une première solution de base :

Bas...	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	x5	x6	Right Side
Z	0	1	$-1M+3$	2	$-1M+7$	1M	0	0	$-20M$
x5	1	0	-1	1	0	0	1	0	10
x6	2	0	2	-1	1	-1	0	1	10

Is the current feasible solution optimal? N

On pivote sur x_1 (pourquoi?) :

Bas...	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	x5	x6	Right Side
Z	0	1	0	$-0,5M+3,5$	$-0,5M+5,5$	$0,5M+1,5$	0	$0,5M-1,5$	$-15M-15$
x5	1	0	0	0,5	0,5	-0,5	1	0,5	15
x1	2	0	1	-0,5	0,5	-0,5	0	0,5	5

Is the current feasible solution optimal? N

On pivote sur x_2 :

Bas...	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	x5	x6	Right Side
Z	0	1	0	0	2	5	$1M-7$	$1M-5$	-120
x2	1	0	0	1	1	-1	2	1	30
x1	2	0	1	0	1	-1	1	1	20

Is the current feasible solution optimal? N

Cette solution est optimale.

b. Avec IOR Tutorial

On choisit la méthode à deux phases, puis on ajuste la fonction objectif (ici, on a mis maximiser –la somme des variables artificielles) :

X6
 e Two-Phase method to deal with these artificial variables, you now need to enter a new objective function below.

Max Z = 0 x1 + 0 x2 + 0 x3 + 0 x4 + -1 x5 + -1 x6 OK

On obtient alors le tableau suivant, après simplification des coefficients associés aux variables artificielles dans l'objectif :

Bas...	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	x5	x6	Right Side
Z	0	1	-1	0	-1	1	0	0	-20
x5	1	0	-1	1	0	0	1	0	10
x6	2	0	2	-1	1	-1	0	1	10

Is the current feasible solution optimal? N

Après un pivot sur x_1 :

Bas...	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	x5	x6	Right Side
Z	0	1	0	-0,5	-0,5	0,5	0	0,5	-15
x5	1	0	0	0,5	0,5	-0,5	1	0,5	15
x1	2	0	1	-0,5	0,5	-0,5	0	0,5	5

Is the current feasible solution optimal? N

Après un pivot sur x_2 :

Bas...	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	x5	x6	Right Side
Z	0	1	0	0	0	0	1	1	0
x2	1	0	0	1	1	-1	2	1	30
x1	2	0	1	0	1	-1	1	1	20

Is the current feasible solution optimal? Y

Cette solution est optimale pour la Phase I. Mais on n'a pas le bon objectif! Il faut donc revenir à l'objectif original, mais avec cette solution de base initiale. Voici la séquence des opérations dans IOR Tutorial :

Bas...	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	X5	X6	Right Si
Z	0	1	0	0	0	0	1	1	0
x2	1	0	0	1	1	-1	2	1	30
x1	2	0	1	0	1	-1	1	1	20

You have completed phase 1.
Which statement is true?

All artificial variables are nonbasic.

Bas...	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	X5	X6	Right Si
Z	0	1	0	0	0	0	1	1	0
x2	1	0	0	1	1	-1	2	1	30
x1	2	0	1	0	1	-1	1	1	20

Now the tableau needs to be prepared for Phase 2 of the Two-Phase method.
Press the NEXT button to remove artificial variables from the tableau.

Bas Var	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	Right Side
Z	0	1	0	0	0	0	0
x2	1	0	0	1	1	-1	30
x1	2	0	1	0	1	-1	20

Press the NEXT button to replace the current objective function with the objective function of the original model.

Bas Var	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	Right Side
Z	0	1	3	2	7	0	0
x2	1	0	0	1	1	-1	30
x1	2	0	1	0	1	-1	20

Press the NEXT button to convert the tableau to proper form from Gaussian elimination and to begin Phase 2 of the Two-Phase method.

Bas Var	Eq.	Z	x1	x2	x3	x4	Right Sid
Z	0	1	0	0	2	5	-120
x2	1	0	0	1	1	-1	30
x1	2	0	1	0	1	-1	20

Is the current feasible solution optimal?

- c. On a effectué la même séquence de pivots dans les deux cas, visitant les mêmes solutions de base. Les deux premières sont réalisables pour le problème avec variables artificielles, mais seule la dernière solution de base est réalisable pour le problème original.

d. Avec IOR Tutorial

Optimal Solution

Objective Function: Z = -120

Variable	Value
X1	20
X2	30
X3	0

Objective Function Coefficients

Allowable Range to Stay Optimal

Current Value	Minimum	Maximum
3	-2	5
2	-3	4
7	5	infin

Constraint	Slack or Surplus	Shadow Price
1	0	-7
2	0	-5

Allowable Range for Right-Hand Side

Current Value	Minimum	Maximum
10	-5	infin
10	-10	infin

4. 6.1-3, p. 276

Pour répondre à cette question, il suffit de remarquer, qu'en général (bien que ça ne soit pas toujours vrai...), un problème possédant moins de contraintes sera plus facile à résoudre par la méthode du simplexe, car cette dernière devrait visiter moins de solutions de base réalisables (se rappeler le lien entre solutions de base réalisables et points extrêmes, qui se trouvent à l'intersection des frontières définies par les contraintes).

- a. Ce problème possède 3 variables et 5 contraintes fonctionnelles. Son dual aura 5 variables et 3 contraintes fonctionnelles. Il est donc plus efficace d'appliquer la méthode du simplexe sur le dual.
- b. Ce problème possède 5 variables et 2 contraintes fonctionnelles. Son dual a donc 2 variables et 5 contraintes fonctionnelles. Il est plus efficace d'appliquer la méthode du simplexe directement sur le primal.

5. 6.1-5, p. 277

a. Voici le dual :

$$\text{Min } W = 3y_1 + 5y_2$$

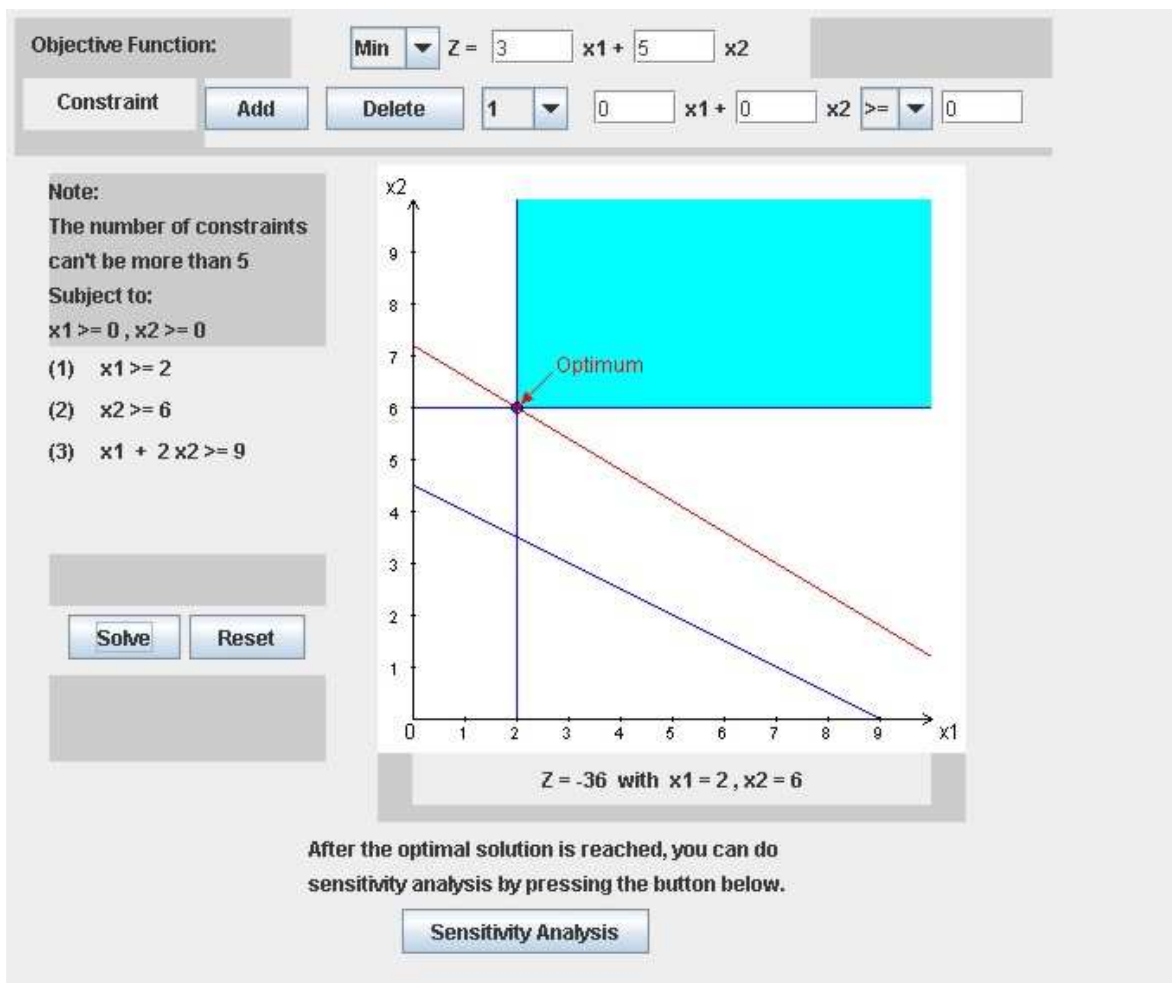
$$y_1 \geq 2$$

$$y_2 \geq 6$$

$$y_1 + 2y_2 \geq 9$$

$$y_1 \geq 0, y_2 \geq 0$$

b. Les multiplicateurs optimaux sont : $y_1 = 2, y_2 = 6$.



c. On entre d'abord le modèle primal :

Number of Decision Variables (≤ 6):

Number of Functional Constraints (≤ 6):

(To make a new number above take effect, you must press the ENTER key.)

Max Z = x1 + x2 + x3

Subject to:

x1 + x2 + x3

x1 + x2 + x3

And

x1 , x2 , x3

Puis on le résout automatiquement :

Optimal Solution
Objective Function: Z = 36

Variable	Value
X1	3
X2	5
X3	0

Objective Function Coefficients
Allowable Range to Stay Optimal

Current Value	Minimum	Maximum
2	0	infin
6	3,5	infin
9	-infin	14

Constraint

Constraint	Slack or Surplus	Shadow Price
1	0	2
2	0	6

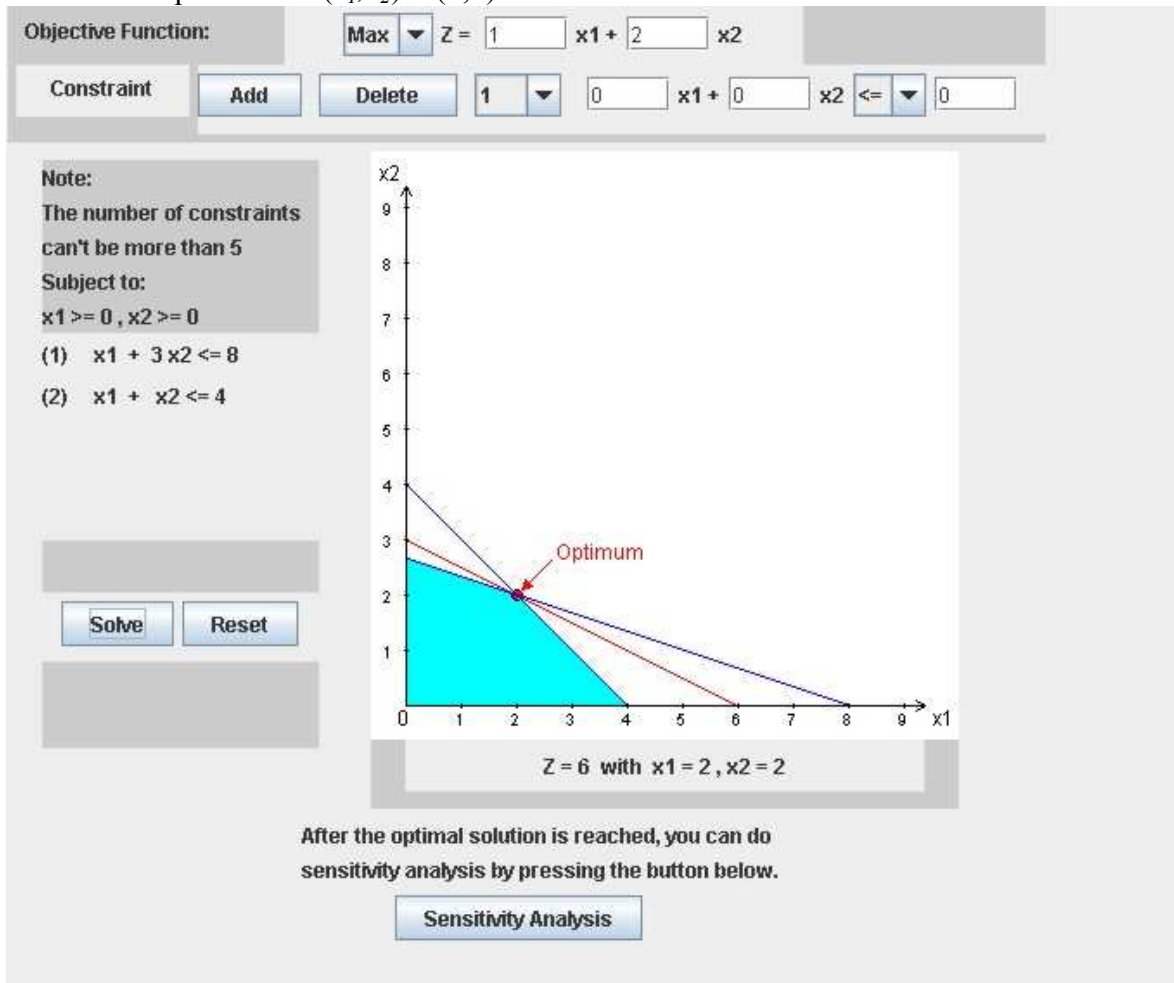
Allowable Range for Right-Hand Side

Current Value	Minimum	Maximum
3	0	infin
5	0	infin

Les multiplicateurs optimaux (shadow prices) sont bien 2 et 6, respectivement, pour les contraintes de ressources 1 et 2.

6. 6.8-3 (sauf d), p. 287

a. La solution optimale est $(x_1, x_2) = (2, 2)$ de valeur $Z = 6$.



b. Au cours, nous avons vu le résultat suivant :

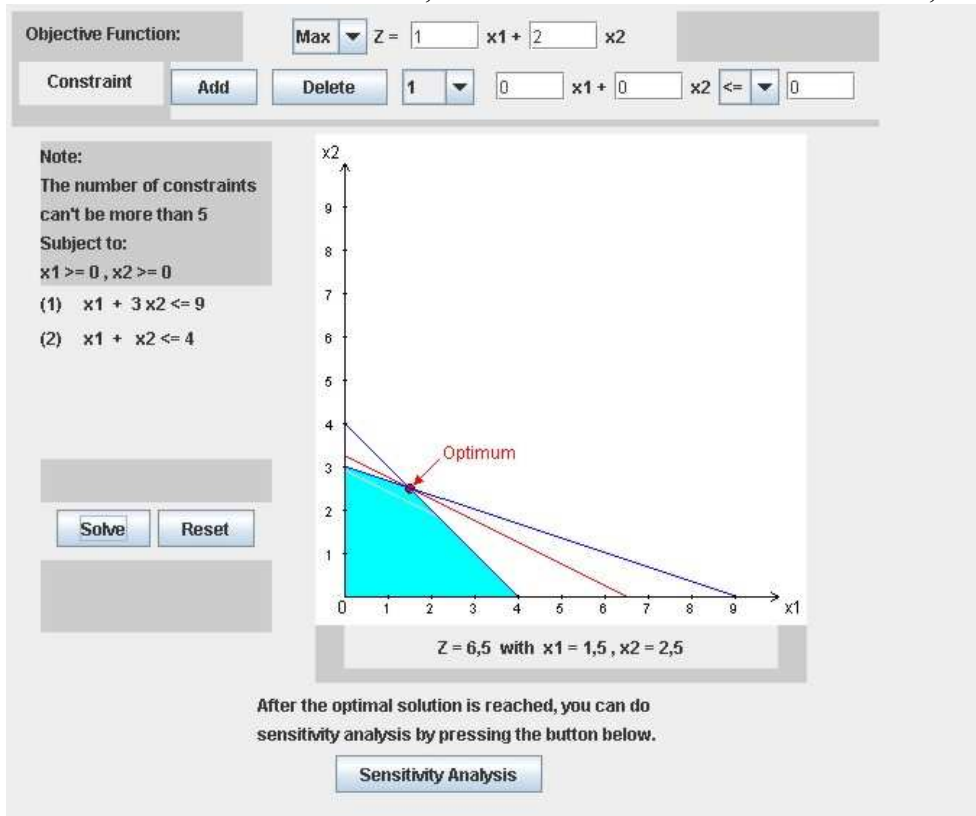
Le coût réduit d'une variable d'écart hors-base indique le changement dans l'objectif apporté par une diminution de 1 unité du terme de droite associé.

Or, coût réduit (à l'optimum) = $-\text{multiplicateur optimal}$; ce qui entraîne immédiatement le principe équivalent :

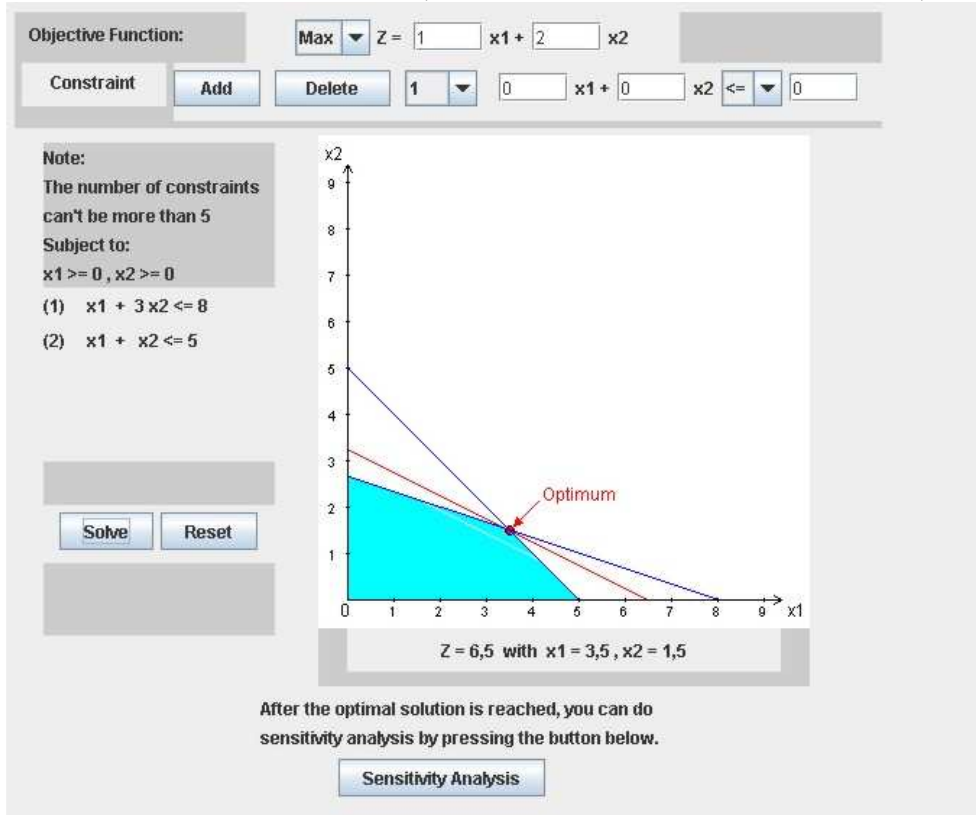
Le multiplicateur optimal associé à une contrainte de ressource correspond au changement dans l'objectif apporté par une augmentation de 1 unité du terme de droite associé.

Il suffit donc de résoudre le problème obtenu en augmentant le terme de droite de chaque contrainte de ressource de 1 unité; le changement dans l'objectif (nouveau Z - ancien Z) correspond au multiplicateur optimal.

Pour la contrainte de ressource 1, cela donne : nouveau Z – ancien $Z = 6,5 - 6 = 0,5$.



Pour la contrainte de ressource 2, on obtient : nouveau Z – ancien $Z = 6,5 - 6 = 0,5$.



c. Voir le fichier *TP3_sensib.xls*

TP3_sensib

	Activité 1	Activité 2			
Profit/unité	1 \$	2 \$			
	Utilisation de la ressource		Utilisée		Disponible
Ressource 1	1	3	8	<=	8
Ressource 2	1	1	4	<=	4
Activités	2	2			Profit total
			Max		6,00 \$

Noms d'intervalles	Cellules
Activités	C11:D11
Disponible	G7:G8
Utilisée	E7:E8
Utilisation_ressource	C7:D8
Profit_unité	C4:D4
Profit_total	G11

TP3_sensib

	Activité 1	Activité 2			
Profit/unité	1 \$	2 \$			
	Utilisation de la ressource		Utilisée		Disponible
Ressource 1	1	3	9	<=	9
Ressource 2	1	1	4	<=	4
Activités	1,5	2,5			Profit total
			Max		6,50 \$

Noms d'intervalles	Cellules
Activités	C11:D11
Disponible	G7:G8
Utilisée	E7:E8
Utilisation_ressource	C7:D8
Profit_unité	C4:D4
Profit_total	G11

TP3_sensib

	Activité 1	Activité 2			
Profit/unité	1 \$	2 \$			
	Utilisation de la ressource		Utilisée		Disponible
Ressource 1	1	3	8	<=	8
Ressource 2	1	1	5	<=	5
Activités	3,5	1,5			Profit total
			Max		6,50 \$

Noms d'intervalles	Cellules
Activités	C11:D11
Disponible	G7:G8
Utilisée	E7:E8
Utilisation_ressource	C7:D8
Profit_unité	C4:D4
Profit_total	G11

d. Ne pas faire.

e. Voici le rapport de sensibilité généré par Excel Solver (voir fichier *TP3_sensib.xls*) :

Cellules variables

Cellule	Nom	Finale Valeur	Réduit Coût	Objectif Coefficient	Admissible Augmentation	Admissible Réduction
\$C\$11	Activités Activité 1	2	0	1	1	0,333333333
\$D\$11	Activités Activité 2	2	0	2	1	1

Contraintes

Cellule	Nom	Finale Valeur	Ombre Coût	Contrainte à droite	Admissible Augmentation	Admissible Réduction
\$E\$7	Ressource 1 Utilisée	8	0,5	8	4	4
\$E\$8	Ressource 2 Utilisée	4	0,5	4	4	1,333333333

Ce rapport indique que :

Les multiplicateurs optimaux (shadow prices, ou ombre coût...) sont 0,5 et 0,5 pour les ressources 1 et 2;

Le terme de droite de la première ressource peut varier entre 4 et 12 sans changer les multiplicateurs optimaux (la solution optimale du dual);

Le terme de droite de la deuxième ressource peut varier entre 2,667 et 8 sans changer les multiplicateurs optimaux.

Notons qu'on a également :

Le profit unitaire associé à l'activité 1 peut varier entre 0,667 et 2 sans changer la solution optimale du primal;

Le profit unitaire associé à l'activité 2 peut varier entre 1 et 3 sans changer la solution optimale du primal.

f. Le multiplicateur optimal nous apprend que pour chaque unité additionnelle de la ressource, le profit total augmente de 0,50 \$. En se basant sur cette information, un gestionnaire peut décider s'il vaut la peine d'accroître le niveau des ressources disponibles.