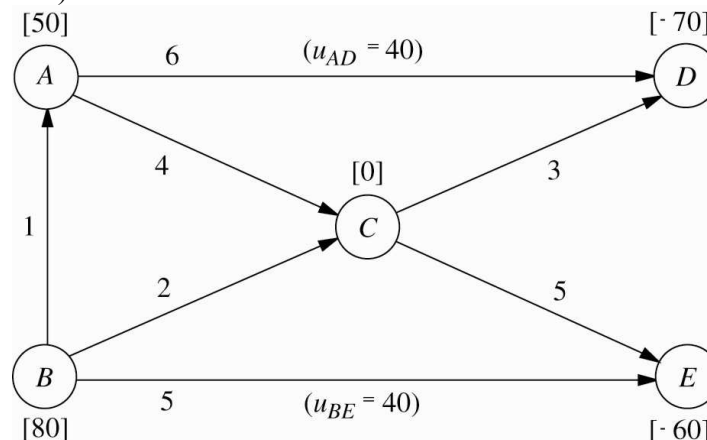


Rapport écrit à remettre mercredi le 21 novembre – travail individuel

1. (25 points)

Considérez le graphe orienté suivant, pour lequel :

- sur chaque arc (i,j) la valeur correspond au coût unitaire c_{ij} ;
- la valeur entre parenthèses sur deux des arcs, (A,D) et (B,E), correspond à la capacité u_{ij} (les autres arcs sont à capacité infinie);
- la valeur en chaque sommet i correspond à b_i (> 0 , s'il s'agit d'un sommet d'offre; < 0 , s'il s'agit d'un sommet de demande; $= 0$, s'il s'agit d'un sommet de transfert).



- Formulez à l'aide d'un modèle de programmation linéaire le problème de flot à coût minimum correspondant.
- Représentez ce modèle à l'aide d'un chiffrier *Excel*. Résolvez-le à l'aide d'*Excel Solver*. Remettez dans votre rapport les sorties d'écran suivantes : le modèle sur chiffrier *Excel* et le rapport de réponses.
- Déterminez une solution de base réalisable initiale en incluant seulement dans l'arbre partiel initial les arcs (A,C), (B,A), (C,D) et (C,E), et en imposant que l'un des arcs hors-base, (D,A), est traversé en sens inverse.
- En démarrant avec la solution de base réalisable initiale trouvée en c., résolvez ce problème à l'aide de la méthode du simplexe réseau. Utilisez l'option « Network Analysis – Network Simplex Method – Problem 9.7-8 » dans *IOR Tutorial*. Décrivez chacune des itérations de la méthode à l'aide des sorties d'écran appropriées.

2. (25 points)

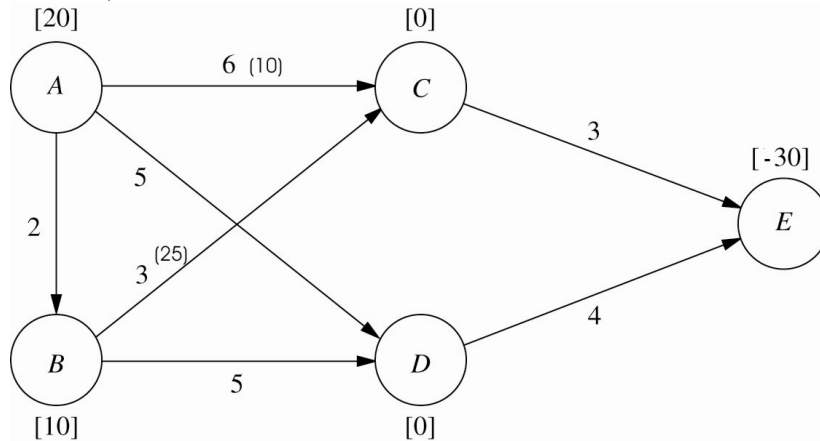
Une compagnie doit fabriquer d'ici une semaine un certain nombre d'unités de deux matériaux, P1 et P2, pour satisfaire une demande inattendue de deux de ces clients. La compagnie doit déterminer combien d'unités elle pourra produire et en informer ses clients avant d'entamer la production. Les deux produits sont fabriqués dans deux usines, U1 et U2. Afin de générer une unité du produit P1, il faut 3,2 heures de traitement à l'usine U1 et 2 heures de traitement à l'usine U2. Afin de fabriquer une unité du produit P2, 2,4 heures de traitement sont requises à l'usine U1 et 3 heures à l'usine U2. Les usines U1 et U2 pourront être utilisées au maximum 16 heures et 15 heures, respectivement, durant la semaine à venir. La compagnie estime que chaque unité vendue du produit P1 lui rapportera 130 \$, alors que le profit unitaire pour le produit P2 est de 150 \$. La compagnie cherche à déterminer combien d'unités de chaque produit elle pourrait fabriquer et vendre afin de maximiser son profit total.

- a. Formulez ce problème à l'aide d'un modèle de programmation en nombres entiers.
- b. Résolvez ce problème graphiquement. Déterminez la solution optimale et la valeur optimale.
- c. Déterminez la solution optimale et la valeur optimale de la relaxation PL du modèle. Utilisez la technique d'arrondissement pour déterminer les solutions entières réalisables les plus près de la solution optimale de la relaxation PL. Quelle est la valeur de l'objectif pour chacune de ces solutions? L'une de ces solutions est-elle optimale?
- d. Représentez ce modèle à l'aide d'un chiffrier *Excel*. Résolvez-le à l'aide d'*Excel Solver*. Remettez dans votre rapport les sorties d'écran suivantes : le modèle sur chiffrier *Excel* et le rapport de réponses.
- e. Résolvez ce problème à l'aide de l'algorithme de branch-and-bound pour modèles de programmation mixte en nombres entiers implanté dans *IOR Tutorial*. Décrivez chacune des itérations de l'algorithme à l'aide des sorties d'écran appropriées.

3. (25 points)

Considérez le graphe orienté suivant, pour lequel :

- sur chaque arc (i,j) la valeur correspond au coût unitaire c_{ij} ;
- la valeur entre parenthèses sur deux des arcs, (A,C) et (B,C), correspond à la capacité u_{ij} (les autres arcs sont à capacité infinie);
- la valeur en chaque sommet i correspond à b_i (> 0 , s'il s'agit d'un sommet d'offre; < 0 , s'il s'agit d'un sommet de demande; $= 0$, s'il s'agit d'un sommet de transfert).



Lorsqu'un arc est emprunté pour transporter du flot, un coût fixe de 100 est encouru. Le problème consiste à assurer le transport du flot des sommets d'offre, A et B, vers le sommet de demande, E, de façon à minimiser le coût total, composé des coûts de transport du flot et des coûts fixes.

- Pour chaque arc, déterminez une borne supérieure (la plus petite possible) sur le flot pouvant circuler sur cet arc.
- Formulez ce problème à l'aide d'un modèle de programmation en nombres entiers, en utilisant les bornes supérieures déterminées en a.
- Représentez ce modèle à l'aide d'un chiffrier *Excel*. Résolvez-le à l'aide d'*Excel Solver*. Remettez dans votre rapport les sorties d'écran suivantes : le modèle sur chiffrier *Excel* et le rapport de réponses.
- Montrez que la relaxation PL du modèle en b. peut être reformulée comme un problème de flot à coût minimum.

4. (25 points)

Soit X une variable aléatoire dont la loi de probabilité est représentée par la fonction de densité suivante (où K est un nombre à déterminer) :

$$f_X(x) = \begin{cases} K(1-x^2) & \text{si } x \in (-1,1) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- Quelle est la valeur de K ?
- Déterminez la fonction de répartition de X .
- Calculez $E(2X-1)$.
- Calculez $\sigma^2(X)$.