

IFT 2810 Structures de données

Professeure: Sylvie Hamel

Examen Final, Mardi le 18 décembre, 2007

18h30 à 21h30

NOM:	QUESTION 1:	<input type="text"/>	25 pts
<hr/>	QUESTION 2:	<input type="text"/>	15 pts
	QUESTION 3:	<input type="text"/>	20 pts
CODE PERMANENT:	QUESTION 4:	<input type="text"/>	20 pts
<hr/>	QUESTION 5:	<input type="text"/>	10 pts
	QUESTION 6:	<input type="text"/>	10 pts
	TOTAL	<input type="text"/>	/100

Directives

- 1) Vérifiez que ce document comporte bien 13 pages.
- 2) Utilisez les versos des pages comme brouillons.
- 3) Examen à livre fermé i.e. aucune documentation permise.
- 4) Les règles concernant le plagiat seront strictement appliquées.

BONNE CHANCE ET JOYEUSES FÊTES!!

Question 1) Tables et fonctions de hachage [25 points]

Une fonction de hachage $h(x) = h_2(h_1(x))$ est définie par la composition du code de hachage $h_1(x)$ et de la fonction de compression $h_2(x)$ suivants:

$$\begin{aligned} h_1 : \text{séquence de lettres} &\rightarrow [\text{Position de la 1}^{ere} \text{ lettre de la séquence dans l'alphabet}] \\ &\quad \times [\text{nombre de lettres de la séquence}] \\ h_2 : \text{entier } x &\rightarrow x \bmod 7 \end{aligned}$$

a) Calculer la valeur $h(x)$ de la fonction de hachage pour les éléments suivants:

Élément	Clé	h(x)
A	fonction	
B	pot	
C	hachage	
D	lien	
E	table	
F	codes	

b) Insérez les éléments A, B, C, D et E, dans cet ordre, dans une table de taille 7 et indiquer le nombre de collisions survenu au total

i) En utilisant la méthode de résolution de collisions par chaînage:

Nombre de collisions au total:

ii) En utilisant la méthode de résolution de collisions par sondage linéaire:

Nombre de collisions au total:

iii) En utilisant la méthode de résolution de collisions par sondage quadratique:

Nombre de collisions au total:

c) Qu'est-ce que le hachage double et qu'elle serait une bonne fonction de hachage double dans le cas considéré ici.

Question 2) Sondage linéaire [15 points]

Décrivez le pseudo-code des opérations principales d'un dictionnaire non-ordonné implémenté sous forme d'une table de hachage avec sondage linéaire. (i.e décrivez le pseudocode des opérations **trouver(k)**, **insérer(k)** et **supprimer(k)**).

Question 3) Arbres binaires de recherche [20 points]

a) Qu'est-ce qu'un arbre binaire de recherche?

b) On ajoute à un arbre de recherche binaire initialement vide les clés suivantes **dans cet ordre**: 12, 24, 2, 18, 16, 19, 20, 26 et 18. Dessinez la forme finale de l'arbre de recherche.

- c) On enlève à l'arbre obtenu en b) l'élément de clé 24 puis l'élément de clé 12, dans cet ordre. Dessinez les arbres obtenus après chacune des suppressions.

d) Donnez le pseudocode de l'opération **chercher(k)** dans un arbre binaire de recherche.

Question 4) Arbres AVL [20 points]

a) Qu'est-ce qu'un arbre AVL?

b) On ajoute à un arbre AVL initialement vide les clés suivantes **dans cet ordre:** 12, 24, 2, 18, 16, 19, 20, 26 et 18. Dessinez l'arbre avant et après chaque rebalancement et l'arbre final.

- c) On enlève à l'arbre obtenu en b) l'élément de clé 24 puis l'élément de clé 12, dans cet ordre. Dessinez les arbres obtenus après chacune des suppressions (et rebalancement si nécessaire).

- d) Choisissez un événement de débalancement, dessinez-le et donnez le pseudocode de la reconstruction.

Question 5) [10 points] Une équipe de biologistes garde de l'information à propos de structures d'ADN dans un arbre AVL en utilisant comme clé, le poids de la structure. Les biologistes veulent répondre efficacement à la question suivante :

”Existe-t-il des structures dans l'arbre ayant un poids entre a et b , inclusivement”

Décrire un algorithme qui répond à cette question et expliquez la complexité de votre algorithme. Vous pouvez considérer que tous les poids sont des entiers.

Question 6) Arbres (2,4)[10 points]

a) Qu'est-ce qu'un arbre $(2,4)$?

b) Décrivez en vos mots les problèmes possibles pouvant survenir lors de l'insertion et la suppression d'éléments dans un arbre (2,4).