

Prof. Pierre L'Ecuyer

## DEVOIR 1

Devoir à remettre le *lundi 26 janvier 2012, 9h30, au début du cours*. Les numéros indiqués sont ceux des notes de cours. Les devoirs doivent être faits individuellement: un devoir par étudiant. Le plagiat ne sera pas toléré.

Dans chaque cas, il est important de bien définir (mathématiquement et clairement) tous les symboles utilisés, par exemple pour l'état et les décisions à chaque étape, et les équations de récurrence de la PD. Dans la correction, les explications claires et détaillées comptent davantage que les résultats.

---

1. Revenons à l'exemple de gestion d'inventaire du chapitre 1 de mes transparents, introduction, pages 37 à 42 (D. Taillant à Loinville), pour le cas où  $C = 0$ . Supposons que le coût d'achat par unité est une variable aléatoire  $C_k$  à l'étape  $k$  (au lieu d'une constante  $c$ ). Les  $C_k$ 's sont des variables aléatoires indépendantes et  $C_k$  n'est connu qu'au moment (juste avant) de faire la commande, au début de la période  $k$ . Définissez l'état et formulez les équations de récurrence.

2. Pour ce même exemple de gestion d'inventaire dans les notes, supposons que les inventaires négatifs ne sont pas permis (si une demande arrive et qu'il n'y a plus de stock, la demande est perdue), et que le niveau d'inventaire ne peut pas dépasser  $B = 20$ . On suppose que la demande  $\omega_k$  à chaque période suit une loi de Poisson de moyenne  $\lambda = 3$ . On a aussi  $C = 4$ ,  $c = 2$ ,  $v = 5$ ,  $r_k(x) = \max(0, x - 5)/4$ ,  $-g_N(x) = 0.8x$ , et  $N = 6$ .

Calculez la valeur optimale  $J_k(x)$  et la politique optimale  $\mu_k^*(x)$  pour  $k = N, \dots, 0$  et  $0 \leq x \leq 20$ . Il est important de bien expliquer votre algorithme et vos résultats. Vous pouvez écrire un programme pour faire les calculs et imprimer les résultats, dans le langage que vous voulez. Envoyez une copie du programme par courriel avant l'heure de remise du devoir (le programme ne sera pas corrigé comme tel, mais pourra servir à vérifier ce que vous avez fait).

3. DPOC (2005), Exercice 1.7. Il faut faire une preuve dans chacun des deux cas.

4. DPOC (2005), Exercice 1.10.

5. DPOC (2005), Exercice 1.26, avec les modifications suivantes. À chaque étape, on peut acheter 1 ou 2 unités, ou vendre 1 ou 2 unités, ou ne rien faire. Le coût de transaction est  $c_1$  pour 1 unité et  $c_2$  pour 2 unités, avec  $c_1 \leq c_2 \leq 2c_1$ . En (a), la politique optimale n'aura plus nécessairement la forme proposée mais aura sans doute une forme semblable. Trouvez quelle est cette forme et prouvez-le. Répondez seulement aux questions (a) (modifiée), (d) et (e).