

À remettre le mercredi 19 novembre avant la fin du cours

1 _____ (15 points)

Le jeu INSTANT INSANITY est composé de 4 cubes dont les faces sont colorées de blanc, de bleu de rouge ou de vert, et qu'il faut réarranger en une colonne dont chaque face comporte les quatre couleurs. Formuler ce problème à l'aide de contraintes linéaires et de variables entières. Pour plus d'information sur ce jeu, vous pouvez consulter:

http://en.wikipedia.org/wiki/Instant_Insanity.

2 _____ (15 points)

Soit le problème de sac-à-dos quadratique;

$$\begin{aligned} \min_{x \in \{0,1\}^n} \quad & \sum_{j=1}^n c_j x_j + \sum_{i=1}^{j-1} \sum_{j=2}^n c_{ij} x_i x_j \\ \text{sujet à} \quad & \sum_{j=1}^n a_j x_j \geq b. \end{aligned}$$

En utilisant une variable y_{ij} pour représenter le produit $x_i x_j$, exprimer ce programme sous forme linéaire mixte.

3 _____ (15 points)

Selon vous, quelle formulation de l'ensemble X ci-dessous est la meilleure pour résoudre le programme $\max_{x \in X} cx$

$$\begin{aligned} X &= \{x \in \{0,1\}^4 : 97x_1 + 32x_2 + 25x_3 + 20x_4 \leq 139\} \\ X &= \{x \in \{0,1\}^4 : 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 3\} \\ X &= \{x \in \{0,1\}^4 : x_1 + x_2 + x_3 \leq 2, \\ & \quad x_1 + x_3 + x_4 \leq 2, x_1 + x_2 + x_4 \leq 2\} \quad ? \end{aligned}$$

4 _____ (15 points)

Proposer une modification au schéma traditionnel de Branch-and-Bound qui se termine lorsqu'une solution dont l'objectif se trouve à moins de 10% de la valeur optimale est obtenue.

5 _____ (20 points)

Décrire un algorithme de programmation dynamique pour résoudre le problème linéaire mixte:

$$\begin{aligned} \max_{x,y} \quad & cx + hy \\ \text{sujet à} \quad & \sum_{j=1}^n y_j \leq b \\ & y_j \leq a_j x_j \quad j = 1, \dots, n \\ & x_j \in \{0, 1\} \quad j = 1, \dots, n \\ & y \geq 0. \end{aligned}$$

6 _____ (10 points)

Trouver deux coupes de Gomory associés à la ligne d'un dictionnaire

$$x_1 = \frac{29}{11} - \frac{5}{11}x_2 + \frac{2}{11}x_3.$$

7 _____ (20 points)

Soit le programme mathématique

$$\begin{aligned} \max_x \quad & cx \\ \text{sujet à} \quad & Ax \leq b \\ & x \in \{0, 1\}^n. \end{aligned}$$

Quelle relaxation est la plus forte, celle obtenue en dualisant la contrainte $Ax = b$ ou celle obtenue en remplaçant la contrainte $x \in \{0, 1\}^n$ par $0 \leq x_j \leq 1 \quad \forall j = 1, \dots, n$?