



DIRO
IFT 1215

**INTRODUCTION AUX
SYSTÈMES INFORMATIQUES**
REPRÉSENTATION DES DONNÉES
ENTIÈRES

Max Mignotte

Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle
Http: [//www.iro.umontreal.ca/~mignotte/](http://www.iro.umontreal.ca/~mignotte/)
E-mail: mignotte@iro.umontreal.ca

**REPRÉSENTATION DES DONNÉES
ENTIÈRES**
SOMMAIRE

Entiers Positifs	2
Entiers Signés -Signe et Magnitude	4
Entiers Signés -Complément Logique	4
Entiers Signés -Complément Arithmétique ...	12
Soustraction Binaire	17
Division D'Entiers	18

REPRÉSENTATION DES DONNÉES ENTIÈRES

ENTIER SIGNÉS - COMPLÉMENT LOGIQUE

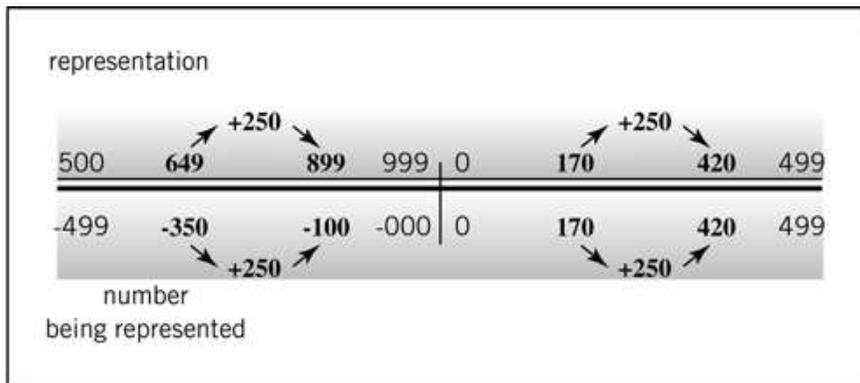
Quel est la valeur du signe et la magnitude de 9990 lorsque celui ci est représenté en complément à 9 ?

- Le premier digit est supérieur à 4, donc **signe négative**

$$\begin{array}{r}
 9999 \\
 - 9990 \\
 \hline
 9
 \end{array}$$

Donc 9990 en complément à 9 représente -9

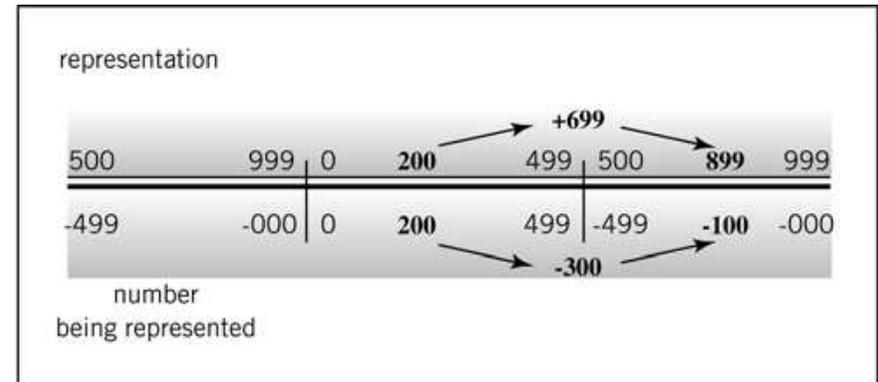
Addition



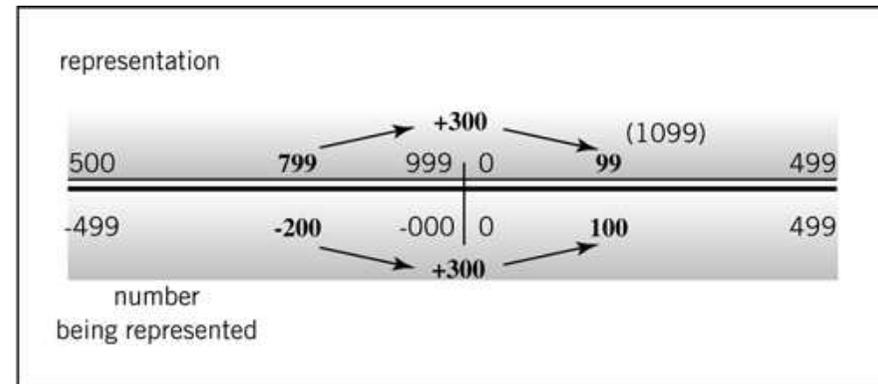
Englander: The Architecture of Computer Hardware and Systems Software, 2nd edition Chapter 4, Figure 04-06

REPRÉSENTATION DES DONNÉES ENTIÈRES

ENTIER SIGNÉS - COMPLÉMENT LOGIQUE



Englander: The Architecture of Computer Hardware and Systems Software, 2nd edition Chapter 4, Figure 04-07



Englander: The Architecture of Computer Hardware and Systems Software, 2nd edition Chapter 4, Figure 04-08

REPRÉSENTATION DES DONNÉES ENTIÈRES ENTIER SIGNÉS -COMPLÈMENT LOGIQUE

- En conséquence, une procédure pour additionner 2 chiffres dans le cas où le résultat s'étend au delà du nombre maximum de digits consiste à ajouter la dernière retenue

$-200_{10} + 100_{10}$ en complément à 9 sur 3 digits

$-200_{10} + 300_{10}$ en complément à 9 sur 3 digits

$\begin{array}{r} 799 \\ 100 \\ \hline 899 \end{array}$ <p>No end-around carry</p>	$\begin{array}{r} 799 \\ 300 \\ \hline 1099 \\ \hline 1 \\ \hline 100 \end{array}$ <p>End-around carry</p>
--	---

- Pour soustraire, on prend le complément du chiffre que l'on doit soustraire et on réalise l'addition
- Possibilité de débordement *[overflow]*

Exemple: $300 + 300 = 600$ (-399) ?

*Si les deux entrées de l'addition ont le même signe
et le signe du résultat est différent alors
on a un problème de débordement*

REPRÉSENTATION DES DONNÉES ENTIÈRES ENTIER SIGNÉS -COMPLÈMENT LOGIQUE

En Base 2

Table d'Addition

$0+0=0$
$1+0=0+1=1$
$1+1=0$ carry 1
$1+1+1=1$ carry 1

46	101110
$+7$	$+ 111$
53	110101

↙ add two
binary
numbers

Le complément à 1 est simplement réalisé en changeant les zéros en un et l'inverse (> **inversion**)

10000000	11111111	00000000	01111111
-127_{10}	-0_{10}	0_{10}	127_{10}

**REPRÉSENTATION DES DONNÉES
ENTIÈRES**
ENTIERS SIGNÉS -COMPLÉMENT LOGIQUE

Add

$$\begin{array}{r} 00101101 = 45 \\ \underline{00111010} = \underline{58} \\ 01100111 = 103 \end{array}$$

■■■

Add the 16-bit numbers

$$\begin{array}{r} 0000000000101101 = 45 \\ \underline{1111111111000101} = \underline{-58} \\ 111111111110010 = -13 \end{array}$$

Add

$$\begin{array}{r} 01000000 = 64 \\ \underline{+01000001} = \underline{65} \\ 10000001 = -126 \end{array}$$

**REPRÉSENTATION DES DONNÉES
ENTIÈRES**
ENTIERS SIGNÉS -COMPLÉMENT LOGIQUE

Add

$$\begin{array}{r} 01101010 = 106 \\ \underline{11111101} = \underline{-2} \\ \textcircled{0}01100111 \\ \text{(end-around carry)} \quad \longleftarrow +1 \\ \underline{01101000} = 104 \end{array}$$

■■■

Subtract

$$\begin{array}{r} 01101010 = 106 \\ \underline{-01011010} = \underline{90} \end{array}$$

Changing the sign of the addend by inverting

$$\begin{array}{r} 01101010 \\ \underline{10100101} \\ \textcircled{0}00001111 \\ \text{(end-around carry)} \quad \longleftarrow +1 \\ \underline{00010000} = 16 \end{array}$$

REPRÉSENTATION DES DONNÉES ENTIÈRES

ENTIERS SIGNÉS -COMPLÈMENT ARITHMÉTIQUE

3. Complément arithmétique

En Base 10

Representation	500	999 0	499
Number being represented	-500	-001 0	499

- En base 10, la représentation en complément à 10 peut être obtenu

Représenter -467_{10} (3 digits) en complément à 10?

$$\begin{array}{r} 1000 \\ - 467 \\ \hline 533 \end{array}$$

Représenter -467_{10} (4 digits) en complément à 10?

$$\begin{array}{r} 10000 \\ - 467 \\ \hline 9533 \end{array}$$

REPRÉSENTATION DES DONNÉES ENTIÈRES

ENTIERS SIGNÉS -COMPLÈMENT ARITHMÉTIQUE

Quel est la valeur du signe et la magnitude de 9990 lorsque celui-ci est une représentation complémentaire à 10 avec 4 digits?

- Le premier digit est supérieur à 4, donc **signe négative**

$$\begin{array}{r} 10000 \\ - 9990 \\ \hline 10 \end{array}$$

Donc 9990 en complément à 10 représente -10

Complément à 10 = Complément à 9 + 1

- **Additions simples !**

$-200_{10} + 100_{10}$ en complément à 10 sur 3 digits

$-200_{10} + 300_{10}$ en complément à 10 sur 3 digits

$$\begin{array}{r} 800 \\ + 100 \\ \hline 900 \end{array} \quad \begin{array}{r} 800 \\ + 300 \\ \hline 1\ 100 \end{array}$$

↑
*On laisse tomber
la retenue*

*Toute retenue au delà du nombre de digit
n'est pas prise en compte*

REPRÉSENTATION DES DONNÉES ENTIÈRES

ENTIERS SIGNÉS - COMPLÉMENT ARITHMÉTIQUE

En Base 2

10000000	11111111	00000000	01111111
-128 ₁₀	-1 ₁₀	0 ₁₀	127 ₁₀

- Les nombres positifs sont représentés par eux-même
- Un nombre négatif commencera par un "1"

Pour trouver le complément à deux d'un nombre:

- 1- Soustraire la valeur au modulus
- 2- Trouver le complément à un et ajouter 1

Exemple :

$$39_{10} = 00100111_2$$

$$-39_{10} = 11011001_2$$

2) 39	00100111	->	11011000
2) 19	1		+1
2) 9	1		11011001
2) 4	1		
2) 2	0		
2) 1	0		
	0 1		

REPRÉSENTATION DES DONNÉES ENTIÈRES

ENTIERS SIGNÉS - COMPLÉMENT ARITHMÉTIQUE

- Possibilité de débordement [*overflow*]

*Si les deux entrées de l'addition ont le même signe
et le signe du résultat est différent alors
on a un problème de débordement*

$(+4) + (+2)$ $\begin{array}{r} 0100 \\ 0010 \\ \hline 0110 = (+6) \end{array}$	no overflow, no carry	$(+4) + (+6)$ $\begin{array}{r} 0100 \\ 0110 \\ \hline 1010 = (-6) \end{array}$	overflow, no carry the result is incorrect
--	--------------------------	--	--

$(-4) + (-2)$ $\begin{array}{r} 1100 \\ 1110 \\ \hline 11010 = (-6) \end{array}$	no overflow, carry ignoring the carry, the result is correct	$(-4) + (-6)$ $\begin{array}{r} 1100 \\ 1010 \\ \hline 10110 = \end{array}$	overflow carry ignoring the carry, the result is incorrect
---	---	--	---

REPRÉSENTATION DES DONNÉES ENTIÈRES

ENTIERS SIGNÉS - COMPLÉMENT ARITHMÉTIQUE

Table de Multiplication

0 . 0 = 0
0 . 1 = 0
1 . 0 = 0
1 . 1 = 1

Multiplication d'Entiers

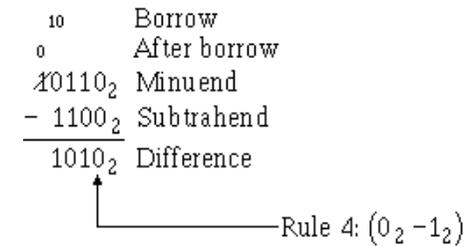
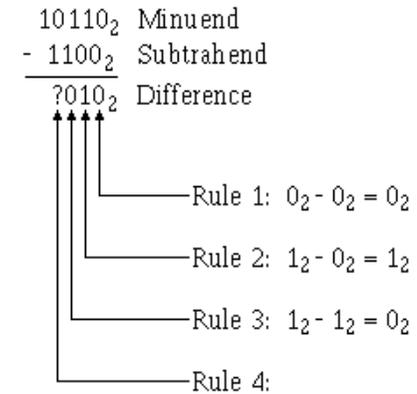
Base 2 Place	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
	1	0	0	1		9
	x		1	0		x 2
Carry	0	0	0	0		18
	1	0	0	1		
	1	0	0	1	0	

1011	Multiplicand (11)
x1101	Multiplier (13)
1011	} Partial products
0000	
1011	
1011	} Product (143)
1011	
10001111	

REPRÉSENTATION DES DONNÉES ENTIÈRES

SOUSTRACTION BINAIRE

Soustraction binaire



REPRÉSENTATION DES DONNÉES ENTIÈRES

DIVISION D'ENTIERS

Division d'Entiers

(Dividende)	147	11 (Diviseur)
	4	13
	(Reste)	(Quotient)

	00001101	← Quotient
Divisor →	1011 / 10010011	← Dividend
	$\begin{array}{r} 1011 \\ \underline{1011} \\ 001110 \\ \underline{1011} \\ 001111 \\ \underline{1011} \\ 100 \end{array}$	
Partial remainders →		
	100	← Remainder