



DIRO
IFT 1215

DÉMONSTRATION N° 1

– Correction –

Max Mignotte

DIRO, Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle, local 2377.

[http: //www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift1215/](http://www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift1215/)

E-mail: mignotte@iro.umontreal.ca

Demo1

Exercice 3.1

a.

$$abcde_6 = a * 6^4 + b * 6^3 + c * 6^2 + d * 6^1 + e * 6^0 \quad (1)$$

b.

$$\begin{aligned} 24531_6 &= 2 * 6^4 + 4 * 6^3 + 5 * 6^2 + 3 * 6^1 + 1 * 6^0 \\ &= 2 * 1296 + 4 * 216 + 5 * 36 + 3 * 6 + 1 \\ &= 3655 \end{aligned}$$

Exercice 3.3

a.

$$\begin{aligned} 4E &= 4 * 16 + 14 \\ &= 78 \end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned} 3D7 &= \frac{\begin{array}{r} 3 \\ *16 \\ \hline 48 + 13 \end{array}}{\begin{array}{r} = 61 \\ *16 \\ \hline 976 + 7 \end{array}} = 983 \\ &= ((3 * 16) + 13) * 16 + 7 \\ &= 3 * 16^2 + 13 * 16 + 7 \end{aligned}$$

c.

$$\begin{aligned} 3D70 &= 3 * 16^3 + 13 * 16^2 + 7 * 16 + 0 \\ &= (3 * 16^2 + 13 * 16 + 7) * 16 \\ &= 3D7 * 16 \\ &= 983 * 16 \\ &= 15728 \end{aligned}$$

Exercice 3.5

- Le minimum de bits pour représenter le nombre décimal 3175000 est n tel que

$$2^{n-1} \leq 3175000 < 2^n$$

Soit $n = 22$ puisque :

$$2^{21} = 2097152 \leq 3175000 < 2^{22} = 4194304$$

Remarque : Afin de déterminer n , on procède par approximation comme suit : On sait que 10 bits peuvent représenter approximativement jusqu'à 1000 nombres (soit exactement $1K = 1024$). Afin d'atteindre le 1 million, il nous faut 20 bits ($1000 * 1000 \approx 1K * 1K = 1M$). On se rapproche ainsi de la valeur 3175000. Si on ajoute 1 bit au 20 bits on obtient approximativement une plage (range) de $2 * 1000000 = 2000000$, alors que si on ajoute 2 bits on obtient une plage de $2^2 * 1000000 = 4000000$. Même si ces valeurs restent toujours approximatives, il est clair que la valeur exacte de $2^{21} = 2 * 1024 * 1024 = 2097152$ est loin du nombre 3175000. Ainsi le nombre de bits nécessaire pour représenter 3175000 est 22 bits.

- un octet (byte) correspond à 8 bits. Ainsi pour représenter le nombre 3175000 il nous faut

$$\left\lceil \frac{22}{8} \right\rceil = 3 \text{ octets.}$$

Exercice 3.7

b.

$$\begin{array}{r} 2^1 A^1 B^3 \\ + 3^5 D C \\ \hline 6^0 8 F \end{array}$$

c.

$$\begin{array}{r} 1\text{ F}^1\text{F}^19 \\ + \quad \text{F}7 \\ \hline 2\ 0\ \text{F}\ 0 \end{array}$$

Excercice 3.8

c.

$$\begin{array}{r} {}^1 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0^1 1\ 1 \\ + 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0 \\ \hline 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1 \end{array}$$

Excercice 3.9

a.

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1 \\ * 1\ 0\ 1 \\ \hline 1\ 1\ 0\ 1 \\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ 1\ 1\ 0\ 1 \\ \hline 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1 \end{array}$$

b.

$$\begin{array}{r} 11011 \\ * 1011 \\ \hline 11011 \\ 11011 \\ 11011 \\ \hline 100101001 \end{array}$$

Exercice 3.16

a.

$$\begin{aligned} 101101110111010 &= \mathbf{0}101101110111010 \\ &= \underbrace{0101}_{2^2 + 1 \cdot 2^3 + 2 + 1} \underbrace{1011}_{2^3 + 2 + 1} \underbrace{1011}_{2^3 + 2 + 1} \underbrace{1010}_{2^3 + 2} \\ &= 5BBA \end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned} 1111111111110001 &= \underbrace{1111}_F \underbrace{1111}_F \underbrace{1111}_F \underbrace{0001}_1 \\ &= FFF1 \end{aligned}$$

c.

$$\begin{aligned} 111111101111 &= \mathbf{000}111111101111 \\ &= \underbrace{0001}_1 \underbrace{1111}_F \underbrace{1110}_E \underbrace{1111}_F \\ &= 1FEF \end{aligned}$$

d.

$$\begin{aligned} 110001100011001 &= 0110001100011001 \\ &= \underbrace{0110}_{6} \underbrace{0011}_{3} \underbrace{0001}_{1} \underbrace{1001}_{9} \\ &= 6319 \end{aligned}$$

Exercice 3.26

a.

$$\begin{aligned} 0.1001001_2 &= \frac{1001001_2}{2^7} \\ &= \frac{2^6 + 2^3 + 1}{2^7} \\ &= \frac{64 + 8 + 1}{128} \\ &= \frac{73}{128} \\ &= 0.5703125 \end{aligned}$$

c.

$$\begin{aligned} 0.2A1_{12} &= \frac{2A1_{12}}{12^3} \\ &= \frac{2 * 12^2 + 10 * 12 + 1}{12^3} \\ &= \frac{288 + 120 + 1}{1728} \\ &= \frac{409}{1728} \\ &= 0.2366898148148148 \dots \end{aligned}$$

Exercice 3.27

a.

Nous allons utiliser la *méthode des poids* pour convertir l'entier 27 en binaire puis la fraction .625 en binaire.

- **conversion de 27.** La plus grande puissance de $2 \leq 27$ est $2^4 = 16$. Ainsi le nombre binaire résultant est composé de 5 digits. Nous allons calculer

le valeur de chaque digit. Les poids associés à chaque digit sont :

$$2^4 = 16 \rightarrow 2^3 = 8 \rightarrow 2^2 = 4 \rightarrow 2^1 = 2 \rightarrow 2^0 = 1$$

$$\begin{array}{rcl} 1 * 16 = 16 & \text{Reste} & 11 \\ 1 * 8 = 8 & \text{Reste} & 3 \\ 0 * 4 = 4 & \text{Reste} & 3 \\ 1 * 2 = 2 & \text{Reste} & 1 \\ 1 * 1 = 1 & \text{Reste} & 0 \end{array}$$

Ainsi

$$27_{10} = 11011_2$$

- **conversion de .625.** La plus grande puissance de $\frac{1}{2} \leq .625$ est $\frac{1}{2} = 0.5$.
Le chiffre binaire va avoir la forme 0.1...

$$\begin{array}{rcl} 1 * \frac{1}{2} = 0.5 & \text{Reste} & 0.625 - 0.5 = 0.125 \\ 0 * \frac{1}{2^2} = 0 & \text{Reste} & 0.125 \\ 1 * \frac{1}{2^3} = 0.125 & \text{Reste} & 0 \end{array}$$

Ainsi

$$0.625_{10} = 0.101_2$$

- **conversion de 27.625 en hexadécimal**

$$\begin{aligned} 27.625_{10} &= 11011.101_2 \\ &= 00011011.1010_2 \\ &= \underbrace{0001}_1 \underbrace{1011}_B \cdot \underbrace{1010}_A \\ &= 1B.A_{16} \end{aligned}$$

b.

Nous allons utiliser la *méthode du reste divisé* pour convertir l'entier 4192 en binaire puis la fraction .37761 en binaire.

- conversion de 4192.

$$\frac{4192}{2} \quad \text{Reste} = \mathbf{0[\text{LSB}]} \quad \text{Quotient} = 2092$$

$$\frac{2092}{2} \quad \text{Reste} = 0 \quad \text{Quotient} = 1048$$

$$\frac{1048}{2} \quad \text{Reste} = 0 \quad \text{Quotient} = 524$$

$$\frac{524}{2} \quad \text{Reste} = 0 \quad \text{Quotient} = 262$$

$$\frac{262}{2} \quad \text{Reste} = 0 \quad \text{Quotient} = 131$$

$$\frac{131}{2} \quad \text{Reste} = 1 \quad \text{Quotient} = 65$$

$$\frac{65}{2} \quad \text{Reste} = 1 \quad \text{Quotient} = 32$$

$$\frac{32}{2} \quad \text{Reste} = 0 \quad \text{Quotient} = 16$$

$$\frac{16}{2} \quad \text{Reste} = 0 \quad \text{Quotient} = 8$$

$$\frac{8}{2} \quad \text{Reste} = 0 \quad \text{Quotient} = 4$$

$$\frac{4}{2} \quad \text{Reste} = 0 \quad \text{Quotient} = 2$$

$$\frac{2}{2} \quad \text{Reste} = 0 \quad \text{Quotient} = 1$$

$$\frac{1}{2} \quad \text{Reste} = \mathbf{1[\text{MSB}]} \quad \text{Quotient} = 0$$

0 : Fin

Ainsi

$$4192_{10} = 100000110000_2$$

- conversion de .37761.

```
. 3 7 7 6 1
*          2
-----
0 . 7 5 5 2 2
*          2
-----
1 . 5 1 0 4 4
*          2
-----
1 . 0 2 0 8 8
*          2
-----
0 . 0 4 1 7 6
*          2
-----
0 . 0 8 3 5 2
*          2
-----
0 . 1 6 7 0 4
*          2
-----
0 . 3 3 4 0 8
*          2
-----
0 . 6 6 8 1 6
*          2
-----
1 . 3 3 6 3 2
*          2
-----
0 . 6 7 2 6 4
*          2
-----
1 . 3 4 5 2 8
*          2
-----
0 . 6 9 0 5 6
```

Ainsi

$$.37761_{10} = 0.011000001010\dots_2$$

– conversion de 4192.37761 en hexadécimal

$$\begin{aligned} 4192.37761_{10} &= 1000001100000.011000001010\dots_2 \\ &= 0001000001100000.011000001010\dots_2 \\ &= 1060.60A\dots_{16} \end{aligned}$$

Exercice 4.2

a.

$$\begin{aligned} -3.1415_{ASCII} &= \{2D\ 33\ 2E\ 31\ 34\ 31\ 35\}_{16} \\ &= \{0101101\ 0110011\ 0101110\ 0110001\ 0110100\ 0110001\ 0110101\}_2 \\ &= \{055\ 063\ 056\ 061\ 064\ 061\ 065\}_8 \\ &= \{45\ 51\ 46\ 49\ 52\ 49\ 53\}_{10} \end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned} +1,250.1_{EBCDIC} &= \{4E\ F1\ 6B\ F2\ F5\ F0\ 4B\ F1\}_{16} \\ &= \{01001110\ 11110001\ 11101011\ 11110010\ 11110101\ 11110000\ 01001011\ 11110001\}_2 \\ &= \{116\ 361\ 153\ 362\ 365\ 360\ 113\ 361\}_8 \\ &= \{78\ 241\ 107\ 242\ 245\ 240\ 75\ 241\}_{10} \end{aligned}$$

Exercice 4.3

- 1010100 = 54_{16} = T
- 1101000 = 68_{16} = h
- 1101001 = 69_{16} = i
- 1110011 = 73_{16} = s
- 0100000 = 20_{16} = space
- 1101001 = 69_{16} = i
- 1110011 = 73_{16} = s
- 0100000 = 20_{16} = space
- 1000101 = 45_{16} = E
- 1000001 = 41_{16} = A
- 1010011 = 53_{16} = S
- 1011001 = 59_{16} = Y
- 0100001 = 21_{16} = !

This is EASY!