



DIRO
IFT 1215

DÉMONSTRATION N° 2

– Correction –

Max Mignotte

DIRO, Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle, local 2377.

[http: //www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift1215/](http://www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift1215/)

E-mail: mignotte@iro.umontreal.ca

Demo2

Exercice 5.2

a.

$$\begin{array}{l} \frac{1987}{2} \quad \text{Reste} = 1[\text{LSB}] \quad \text{Quotient} = 993 \\ \hline \frac{993}{2} \quad \text{Reste} = 1 \quad \text{Quotient} = 496 \\ \hline \frac{496}{2} \quad \text{Reste} = 0 \quad \text{Quotient} = 248 \\ \hline \frac{248}{2} \quad \text{Reste} = 0 \quad \text{Quotient} = 124 \\ \hline \frac{124}{2} \quad \text{Reste} = 0 \quad \text{Quotient} = 62 \\ \hline \frac{62}{2} \quad \text{Reste} = 0 \quad \text{Quotient} = 31 \\ \hline \frac{31}{2} \quad \text{Reste} = 1 \quad \text{Quotient} = 15 \\ \hline \frac{15}{2} \quad \text{Reste} = 1 \quad \text{Quotient} = 7 \\ \hline \frac{7}{2} \quad \text{Reste} = 1 \quad \text{Quotient} = 3 \\ \hline \frac{3}{2} \quad \text{Reste} = 1 \quad \text{Quotient} = 1 \\ \hline \frac{1}{2} \quad \text{Reste} = 1 \quad \text{Quotient} = 0 \\ \hline 0 : \text{Fin} \end{array}$$

Ainsi

$$\text{RC2}_{16}(1987_{10}) = \text{RC2}_{16}(11111000011_2) = 0000011111000011$$

b.

$$\begin{aligned} & \text{RC2}_{16}(-1987_{10}) \\ &= \text{C2}_{16}(\text{RC2}_{16}(1987_{10})) \\ &= \text{C2}_{16}(0000011111000011) \\ &= \phantom{\text{C2}_{16}(0000011111000011)} - 0000011111000011 = \overline{0000011111000011} + 1 \\ &= 1111100000111100 + 1 \\ &= 1111100000111101 \end{aligned}$$

Exercice 5.4

$$\begin{aligned} & \text{RC2}_{15}(-19575_{10}) \\ &= \text{C2}_{15}(\text{RC2}_{15}(19575_{10})) \\ &= \text{C2}_{15}(100110001110111) \\ &= 1000000000000000 - 100110001110111 = \overline{100110001110111} + 1 \\ &= 011001110001000 + 1 \\ &= 011001110001001 \\ &= 13193_{10} \end{aligned}$$

C'est quoi le problème ? la représentation 100110001110111 en complément à 2 désigne un nombre négatif, puisque le bit le plus fort est égale à 1. Donc $\text{RC2}_{15}(19575_{10})$ ne peut pas être 100110001110111 puisque 19575 est positif. La raison est que la plage des valeurs qu'on peut représenter en complément à 2 sur 15 bits est comprise entre $-2^{14} = -16384$ et $2^{14} - 1 = 16383$. les nombres 19575_{10} et -19575_{10} n'appartiennent pas à cette plage, donc ils n'ont pas de représentation complémentaire à 2 sur 15 bits.

Exercice 5.5

a.

$$\begin{aligned}C_{16}(10000_2) &= C_{16}(RC_{2_{16}}(10000_2)) \\ &= C_{16}(000000000010000) \\ &= \overline{000000000010000} \\ &= 111111111101111 \\ C_{2_{16}}(10000_2) &= C_{16}(10000_2) + 1 \\ &= 111111111101111 + 1 \\ &= 111111111110000\end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned}C_{16}(10000_2) &= C_{16}(RC_{2_{16}}(100111100001001_2)) \\ &= C_{16}(0100111100001001) \\ &= \overline{0100111100001001} \\ &= 1011000011110110 \\ C_{2_{16}}(10000_2) &= C_{16}(100111100001001_2) + 1 \\ &= 1011000011110110 + 1 \\ &= 1011000011110111\end{aligned}$$

c.

$$\begin{aligned}C_{16}(10000_2) &= C_{16}(RC_{2_{16}}(0100111000100100_2)) \\ &= C_{16}(0100111000100100) \\ &= \overline{0100111000100100} \\ &= 1011000111011011 \\ C_{2_{16}}(10000_2) &= C_{16}(0100111000100100_2) + 1 \\ &= 1011000111011011 + 1 \\ &= 1011000111011100\end{aligned}$$

Exercice 5.9

a.

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1 = +1645 \\ +\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1 = -325 \\ \hline 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0 = +1320 \end{array}$$

Pas de débordement (on ne peut avoir de débordement que si les deux opérandes sont de même signe et le résultat est de signe inverse) \Rightarrow Résultat correct (indépendamment du carry qui est à 1 dans ce cas)

b.

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0 = -1332 \\ +\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0 = -4 \\ \hline 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0 = -1336 \end{array}$$

Pas de débordement, puisque le résultat de calcul est de même signe que les deux opérandes \Rightarrow Résultat correct (indépendamment du carry qui est à 1 dans ce cas)

Exercice 5.13

$$\text{RC2}_8(-4) = 11111100$$

$$\text{RC2}_8(-6) = 11111010$$

– Première addition

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 0 \\ +\ 1\ 0\ 1\ 0 \\ \hline 1\ 0\ 1\ 1\ 0 \end{array}$$

On ne s'intéresse au débordement qu'à la dernière opération. Le carry doit être inclus dans le calcul de la prochaine opération.

– Deuxième addition

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 1\ 1^1 \\
 +\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 \hline
 1\ 1\ 1\ 1\ 1
 \end{array}$$

Pas de débordement, puisque le résultat de calcul est de même signe que les deux opérandes \Rightarrow Résultat correct (indépendamment du carry qui est à 1 dans ce cas). Ainsi

$$11111100 + 11111010 = 11110110(-10)$$

Exercice 6.2

Format = **SEEMMMM**

Tous les digits sont décimal biais = 40

point décimal = début de la mantisse \Rightarrow 0.mantisse

signe d'un nombre positif = 1

signe d'un nombre négatif = 7

a.

$$\begin{aligned}
 19557 &\hookrightarrow +0.19557 * 10^5 \\
 &\hookrightarrow +0.1956 * 10^5 \\
 &\hookrightarrow 1451956 (45 = \text{biais} + 5 = 40 + 5)
 \end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned}
 -0.9999 * 10^{59} &\leq m \leq 0.9999 * 10^{59} && \text{pour un float } > 0 \text{ or } < 0 \\
 0.0001 * 10^{-40} &\leq n \leq 0.9999 * 10^{59} && \text{pour un float } > 0
 \end{aligned}$$

c.

$$-19557 \hookrightarrow 7451956$$

d.

$$\begin{aligned}
 C10_6(-19557_{10}) &= C10_6(RC10_6(19557_{10})) \\
 &= C10_6(019557) \\
 &= \overline{019557} + 1 \\
 &= 980442 + 1 \\
 &= 980443
 \end{aligned}$$

e.

$$\begin{aligned}
 0.0000019557 &\leftrightarrow \text{Normaliser en supprimant les 0 de tête : } +0.19557 * 10^{-5} \\
 &\leftrightarrow +0.195\mathbf{6} * 10^{-5} \\
 &\leftrightarrow 135195\mathbf{6}(35 = \text{biais} - 5 = 40 - 5)
 \end{aligned}$$

Exercice 6.3

Format = **SEEMMMM**

Tous les digits sont décimal

biais = 49

point décimal = à droite du premier digit de la mantisse $\Rightarrow d_1$.

signe d'un nombre positif = 1

bit caché

a.

$$\begin{aligned}
 123.57 * 10^{15} &\leftrightarrow +1.2357 * 10^{17} \\
 &\leftrightarrow 16\mathbf{6}2357(66 = \text{biais} + 17 = 49 + 17)
 \end{aligned}$$

b.

La plus petite valeur qu'on peut représentée avant qu'un underflow se produit) :

$$+1.0 * 10^{-49}$$

Exercice 6.5

Format = **SEEEEEEEEMMMMMMMMMMMMMMMMMMMMMMMMMM**

Tous les digits sont binaires

biais = 128

point décimal = à droite du premier digit de la mantisse $\Rightarrow d_0$.

signe d'un nombre positif = 0
signe d'un nombre négatif = 1

a.

$$\begin{aligned} 110110.011011_2 &\leftrightarrow +1.10110011011 * 2^5 \\ &\leftrightarrow \text{exp} = \text{biais} + 5 = 128 + 5 = 10000101 \\ &\leftrightarrow 0 \ 10000101 \ 1101100110110000000000 \end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned} -1.1111001_2 &\leftrightarrow -1.10110011011 * 2^0 \\ &\leftrightarrow \text{exp} = \text{biais} + 0 = 128 + 0 = 10000000 \\ &\leftrightarrow 1 \ 10000000 \ 1101100110110000000000 \end{aligned}$$

c.

$$\begin{aligned} -4F7F_{16} &\leftrightarrow -100111101111111_2 \\ &\leftrightarrow -1.001111011111111 * 2^{14} \\ &\leftrightarrow \text{exp} = \text{biais} + 14 = 128 + 14 = 10001110 \\ &\leftrightarrow 1 \ 10001110 \ 100111101111111000000000 \end{aligned}$$

d.

$$\begin{aligned} 0.00000000111111_2 &\leftrightarrow 1.11111 * 2^{-9} \\ &\leftrightarrow \text{exp} = \text{biais} + (-9) = 128 - 9 = 01110111 \\ &\leftrightarrow 0 \ 01110111 \ 111111000000000000000000 \end{aligned}$$

e.

$$\begin{aligned} 0.1100 * 2^{36} &\leftrightarrow 1.1 * 2^{35} \\ &\leftrightarrow \text{exp} = \text{biais} + 35 = 128 + 35 = 10100011 \\ &\leftrightarrow 0 \ 10100011 \ 110000000000000000000000 \end{aligned}$$

f.

$$\begin{aligned} 0.1100 * 2^{-36} &\leftrightarrow 1.1 * 2^{-37} \\ &\leftrightarrow \text{exp} = \text{biais} + (-37) = 128 - 37 = 01011011 \\ &\leftrightarrow \mathbf{0} 01011011 1100000000000000000000 \end{aligned}$$

Exercice 6.7

IEEE 754 Format simple précision

= **SEEEEEEEEMMMMMMMMMMMMMMMMMMMMMMMMMMMMM**

Tous les digits sont binaires

biais = 127

point décimal = à droite du premier digit de la mantisse $\Rightarrow 1.MMMM \dots$

signe d'un nombre positif = 0

signe d'un nombre négatif = 1

bit caché

$$\begin{aligned} 171.625_{16} &\leftrightarrow 10101011.101_2 \\ &\leftrightarrow 1.0101011101 * 2^7 \\ &\leftrightarrow \text{exp} = \text{biais} + 7 = 127 + 7 = 10000110 \\ &\leftrightarrow \mathbf{0} 10000110 0101011101000000000000 \end{aligned}$$