



DIRO  
IFT 2425

## DÉMONSTRATION N° 11

*Max Mignotte*

DIRO, Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle, local 2384.

[http : //www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift2425/](http://www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift2425/)

*E-mail : mignotte@iro.umontreal.ca*

<b>Chapitre 5</b>	<b>Intégration numérique</b>
I .....	Intégration numérique : méthode des coefficients indéterminés.
II .....	Intégration numérique : méthode des quadratures gaussiennes (1).
III .....	Intégration numérique : méthode des quadratures gaussiennes (2).
IV .....	Extrapolation de Richardson.
<b>Chapitre 6</b>	<b>Résolution des équations différentielles</b>
V .....	Méthode des séries de Taylor.
VI .....	Méthode de Runge Kutta d'ordre 4.

## I. Intégration numérique : méthode des coefficients indéterminés

Calculer une valeur exacte de l'intégrale suivante,

$$\int_0^2 f(x)dx = \int_0^2 x^3 dx.$$

par la méthode des coefficient indéterminés<sup>1</sup> avec  $n = 2$  termes. Verifier que la méthode analytique traditionnelle donne le même résultat.

## II. Intégration numérique : méthode des quadratures gaussiennes (1)

Calculer une valeur exacte de l'intégrale suivante,

$$\int_0^2 f(x)dx = \int_0^2 x^3 dx.$$

par la méthode des quadratures gaussiennes<sup>2</sup> avec  $n = 2$  termes.

## III. Intégration numérique : méthode des quadratures gaussiennes (2)

Calculer une valeur approximative de l'intégrale suivante,

$$\int_0^{\pi/2} \sin x dx,$$

par la méthode des quadratures gaussiennes avec  $n = 2$ .

## IV. Extrapolation de Richardson

Soit  $M$  une valeur inconnue et  $N(h)$  une approximation de cette valeur d'ordre  $O(h^2)$ .

1. Exprimer la signification de cette approximation.
2. Exprimer cette même approximation en fonction du terme d'erreur d'ordre  $O(h^3)$  et du terme  $Kh^2$  ou  $K$  est une constante indéterminée.
3. Exprimer cette dernière approximation pour un pas de largeur  $2h$ .
4. Eliminer  $K$  dans les deux dernières approximations et trouver une nouvelle approximation pour  $M$  avec un terme d'erreur d'ordre  $O(h^3)$ .
5. En déduire finalement la formule d'extrapolation de Richardson.

---

<sup>1</sup>Cf. Notes de Cours, Chapitre 5, page 51.

<sup>2</sup>Cf. Notes de Cours, Chapitre 5, page 41.

## V. Méthode des séries de Taylor

Utiliser la méthode des séries de Taylor au premier ordre pour résoudre l'équation différentielle suivante,

$$y'(t) = y(t) \cos t,$$

avec  $y(0) = 1$ .

1. Montrer que la solution de cette équation différentielle est  $y(t) = \exp(\sin t)$ .
2. Trouver la relation itérative de résolution de cette équation par la méthode des séries de Taylor au second ordre.
3. Utiliser un pas de  $h = 0.1$  et donner  $y(0.1)$ , calculer l'erreur commise.
4. Utiliser un pas de  $h = 0.01$  et donner  $y(0.01)$ , calculer l'erreur commise.

## VI. Méthode de Runge Kutta d'ordre 4

Utiliser la méthode de Runge Kutta d'ordre global 4 pour résoudre l'équation différentielle suivante,

$$y'(t) = -y(t) + t + 1, \tag{1}$$

avec  $y(0) = 1$ . Le pas est fixé à  $h = 0.1$ . Calculer juste la valeur de  $y(0.1)$ .