



DIRO
IFT 2425

DÉMONSTRATION N° 6

Max Mignotte

DIRO, Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle, local 2384.

<http://www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift2425/>

E-mail : mignotte@iro.umontreal.ca

Chapitre 4

I	Interpolation polynomiale
	Calcul de spline cubique naturelle.
II	Calcul de spline de Bézier.
III	Méthode matricielle pour le calcul des splines de Bézier.
IV	Identification de courbe spline (1).
V	Identification de courbe spline (2).

I. Calcul de spline cubique naturelle

Calculer la spline cubique naturelle passant par les points suivants,

x	1	2	3	4	5
y	4	-2	3	1	1

II. Calcul de spline de Bézier

Calculer la spline de Bézier cubique passant par les points suivants,

x	1	2	3	4
y	4	-2	3	1

III. Méthode matricielle pour le calcul des splines de Bézier

Calculer la spline de Bézier cubique passant par les points suivants en utilisant la méthode matricielle³,

x	1	2	3	4
y	4	-2	3	1

IV. Identification de courbe spline (1)

On définit l'expression,

$$(x - \xi)_+^3 = \begin{cases} (x - \xi)^3, & \text{si } x > \xi, \\ 0, & \text{si } x \leq \xi. \end{cases}$$

Soit maintenant $a = x_0 < x_1 < x_2 < x_3 = b$ et on définit,

$$S(x) = c_1(x - x_1)_+^3 + c_2(x - x_2)_+^3, \quad \text{où } x \in [a, b].$$

Montrer que $S(x)$ est une spline cubique.

²Cf. Notes de Cours, Chapitre 4, page 63.

V. Identification de courbe spline (2)

Soit $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$, un polynôme cubique sur $[a, b]$, et $a = x_0 < x_1 < x_2 < x_3 = b$. Montrer que l'expression,

$$s(x) = P(x) + \sum_{j=1}^{n-1} c_j (x - x_j)_+^3,$$

est une spline cubique sur $[x_i, x_{i+1}]$, pour chaque $i = 0, 1, \dots, n - 1$, sachant que l'on définit,

$$(x - \xi)_+^3 = \begin{cases} (x - \xi)^3, & \text{si } x > \xi, \\ 0, & \text{si } x \leq \xi. \end{cases}$$