



DIRO  
IFT 2425

## DEVOIR N° 1 Systèmes linéaires

*Max Mignotte & Said Benameur*

DIRO, Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle.

[http : //www.iro.umontreal.ca/~mignotte/IFT2425/](http://www.iro.umontreal.ca/~mignotte/IFT2425/)

*E-mail : mignotte@iro.umontreal.ca*

### Systèmes linéaires

On considère un câble élastique qui occupe à repos le segment  $[0, 1]$ , et fixé aux extrêmes, sur lequel on applique une force d'intensité  $f(x)$ . Son déplacement au point  $x$ ,  $u(x)$ , est la solution de l'équation différentielle suivante :

$$\begin{cases} -u''(x) = f(x), & x \in [0, 1] \\ u(0) = 0, & u(1) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Soient  $n \in \mathbb{N}$ ,  $h = \frac{1}{n}$  et  $x_i = ih$  pour  $i = 1, \dots, n$ ; pour approcher la solution  $u(x)$  on considère la discrétisation de l'intervalle  $[0, 1]$  en  $n$  sous-intervalles  $[x_i, x_{i+1}]$ , et on construit une approximation  $u_i$  de  $u(x_i)$  par la méthode des différences finies. Cette méthode<sup>1</sup> demande de résoudre numériquement le système linéaire tridiagonale  $Au = b$  suivant

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & & & \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & -1 & 2 & -1 \\ & & & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_{n-2} \\ u_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(x_1) \\ f(x_2) \\ \vdots \\ f(x_{n-2}) \\ f(x_{n-1}) \end{pmatrix}$$

où  $u = [u_1, u_2, \dots, u_{n-1}]^T$  et  $b = [f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_{n-1})]^T$ . Plus  $n$  est grand, plus l'approximation sera précise et plus la taille du système linéaire à résoudre sera élevée.

1. On suppose que la force appliquée soit  $f(x) = x(x - 1)$  et on prend  $n = 20$  intervalles. Construire la matrice  $A$  et le vecteur  $b$  correspondants.
2. Calculer la factorisation  $LU$  de  $A$  par la méthode du pivot de Gauss avec permutation. Vérifier que la matrice de permutation  $P$  est l'identité.
3. Calculer la solution du système linéaire  $Au = b$  à partir de la factorisation  $LU$  obtenue précédemment.
4. Représenter le déplacement  $u$  du câble aux noeuds  $x_i$  définis à la question 1.
5. On veut maintenant étudier la déformation du câble lorsque une distribution de force différente est appliquée, notamment  $g(x) = x \sin(2\pi x)^2$ . En considérant  $n = 20$  sous-intervalles, calculer la déformation du câble due à  $g$ , en utilisant à nouveau les matrices  $L$  et  $U$  précédemment obtenus. Tracer le graphe correspondant à la solution calculée.

<sup>1</sup>On verra la méthode des différences finies au Chapitre 6 page 42 des notes de cours

# Remise, Rapport et Critères d'évaluation

## Remise

Vous devez rendre physiquement au démonstrateur le rapport et électroniquement le(s) programme(s) fait en (C ou C++) (fichiers .c et exécutables ainsi que la ligne de compilation ou le makefile) avant la date de remise (et avant 24h00) spécifiée dans le fichier *planning* situé sur la page web du cours dans la rubrique *Introduction & Program*. Pour la remise électronique, utilisez le programme *remise* pour remettre votre code. N'oubliez pas d'inscrire vos noms en commentaire en haut des fichiers .c remis. Les noms des programmes à remettre devront avoir le format suivant *DevoirIFT2425- <Numero du devoir>-<Numero de la question>.c*. Les programmes devront se compiler et s'exécuter sur linux.

## Rapport

Le rapport doit être concis (3 à 4 pages sans le code), clair et devra contenir (en plus des éléments et des discussions que vous jugerez importants) :

1. La description brève du problème et de la méthode utilisée.
2. La réponse aux questions posées et les graphes demandés.
3. Les références.

## Critères d'évaluation

Ce devoir sera noté sur 10 points et compte pour 25/4% de la note globale du cours. Ces points seront repartis comme suit,

Section	Critères	Pondération
Code	Exécution correcte (50%), style et clarté (20%)	70%
Rapport	Présentation, réponse, discussion, graphes, etc.	30%