



DIRO  
IFT 2425

## DEVOIR N° 2

### Méthodes de Jacobi et Gauss-Seidel

*Max Mignotte & Said Benameur*

DIRO, Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle.

[http : //www.iro.umontreal.ca/~mignotte/IFT2425/](http://www.iro.umontreal.ca/~mignotte/IFT2425/)

*E-mail : mignotte@iro.umontreal.ca*

### Méthodes de Jacobi et Gauss-Seidel

On considère les systèmes suivants  $A_m x = b_m$  où

$$A_m = \begin{pmatrix} 1 & m & m^2 & & 0 \\ m & 1 & m & \ddots & \\ m^2 & m & \ddots & \ddots & m^2 \\ & \ddots & \ddots & 1 & m \\ 0 & & m^2 & m & 1 \end{pmatrix}, b_m = A_m \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}, m \in [0, 1]$$

1. Construire la matrice  $A_m$  et le vecteur  $b_m$  du système  $A_m \times x = b_m$  pour une taille et une valeur de  $m$  données. On suppose que la matrice  $A_m$  est de taille  $5 \times 5$ .
2. Exprimer la condition de convergence des méthodes de Jacobi et Gauss-Seidel pour résoudre le système  $A_m \times x = b_m$ . Établir si c'est le cas lorsqu'on fixe  $m = 0.3$ .
3. Dans le cas où la matrice  $A_m$  est diagonale dominante stricte par ligne, calculer la solution du système en implémentant la méthode de Gauss-Seidel et la méthode de Jacobi, en utilisant une tolérance  $10^{-10}$  (utilisez  $\|x^{[k+1]} - x^{[k]}\|_1$ ) et le point de départ  $x^{[0]} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$ . En déduire le nombre d'itérations nécessaires pour ces deux méthodes.
4. Discuter la convergence des deux méthodes.
5. Quelle méthode entre Jacobi et Gauss-Seidel utiliseriez-vous pour résoudre le système  $A_m \times x = b_m$  en exécutant le programme de la question 3) dans le cas où  $m = 0.5$  ?
6. Question facultative : On suppose maintenant que la matrice  $A_m$  est de taille  $100 \times 100$ . Tracez et comparez les graphes de la norme du résidu  $r^{[k]} = b_m - A_m x^{[k]}$  en fonction du nombre d'itérations  $k \in \{1, \dots, 50\}$  pour la méthode de Jacobi pour  $m = 0.3$  et  $m = 0.35$ .

# Remise, Rapport et Critères d'évaluation

## Remise

Vous devez rendre physiquement au démonstrateur le rapport et électriquement le(s) programme(s) fait en (C ou C++) (fichiers .c et exécutables ainsi que la ligne de compilation ou le makefile) avant la date de remise (et avant 24h00) spécifiée dans le fichier *planning* situe sur la page web du cours dans la rubrique *Introduction & Program*. Pour la remise électronique, utilisez le programme *remise* pour remettre votre code. N'oubliez pas d'inscrire vos noms en commentaire en haut des fichiers .c remis. Les noms des programmes à remettre devront avoir le format suivant *DevoirIFT2425- <Numero du devoir>-<Numero de la question>.c*. Les programmes devront se compiler et s'exécuter sur linux.

## Rapport

Le rapport doit être concis (3 à 4 pages sans le code), clair et devra contenir (en plus des éléments et des discussions que vous jugerez importants) :

1. La description brève du problème et de la méthode utilisée.
2. La réponse aux questions posées et les graphes demandés.
3. Les références.

## Critères d'évaluation

Ce devoir sera noté sur 10 points et compte pour 25/4% de la note globale du cours. Ces points seront repartis comme suit,

| Section              | Critères                                         | Pondération |
|----------------------|--------------------------------------------------|-------------|
| Code                 | Exécution correcte (50%), style et clarté (20%)  | 70%         |
| Rapport              | Présentation, réponse, discussion, graphes, etc. | 30%         |
| Question facultative | Code, réponse, discussion, graphes, etc.         | bonus 10%   |