DIRO
IFT 3205

TRAITEMENT DU SIGNAL
TOMOGRAPHIE

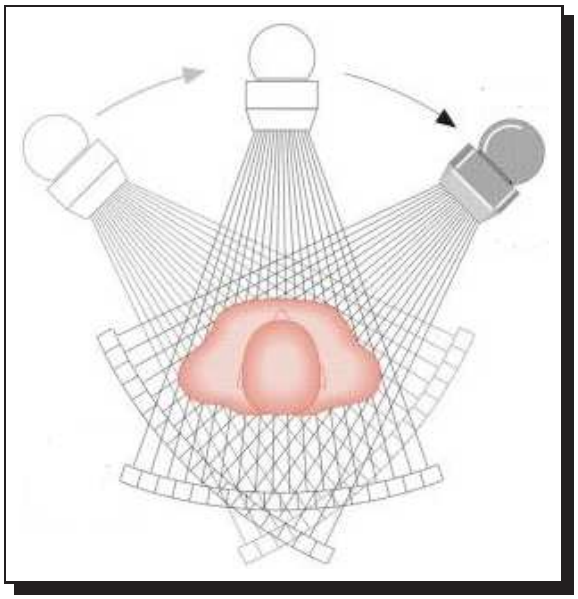
Max Mignotte

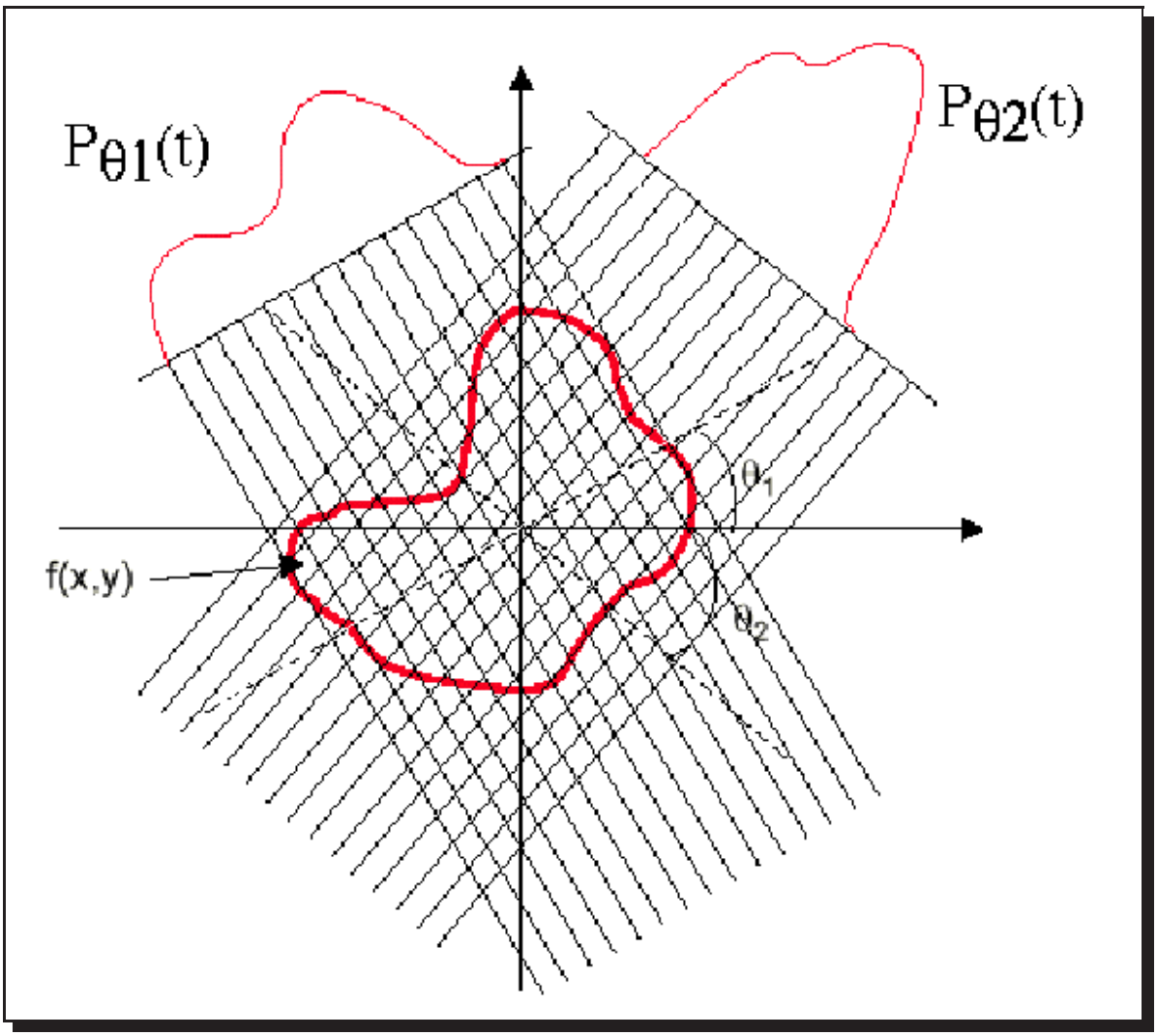
Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle.
Http : //www.iro.umontreal.ca/∼mignotte/ift3205
E-mail : mignotte@iro.umontreal.ca

TOMOGRAPHIE
SOMMAIRE

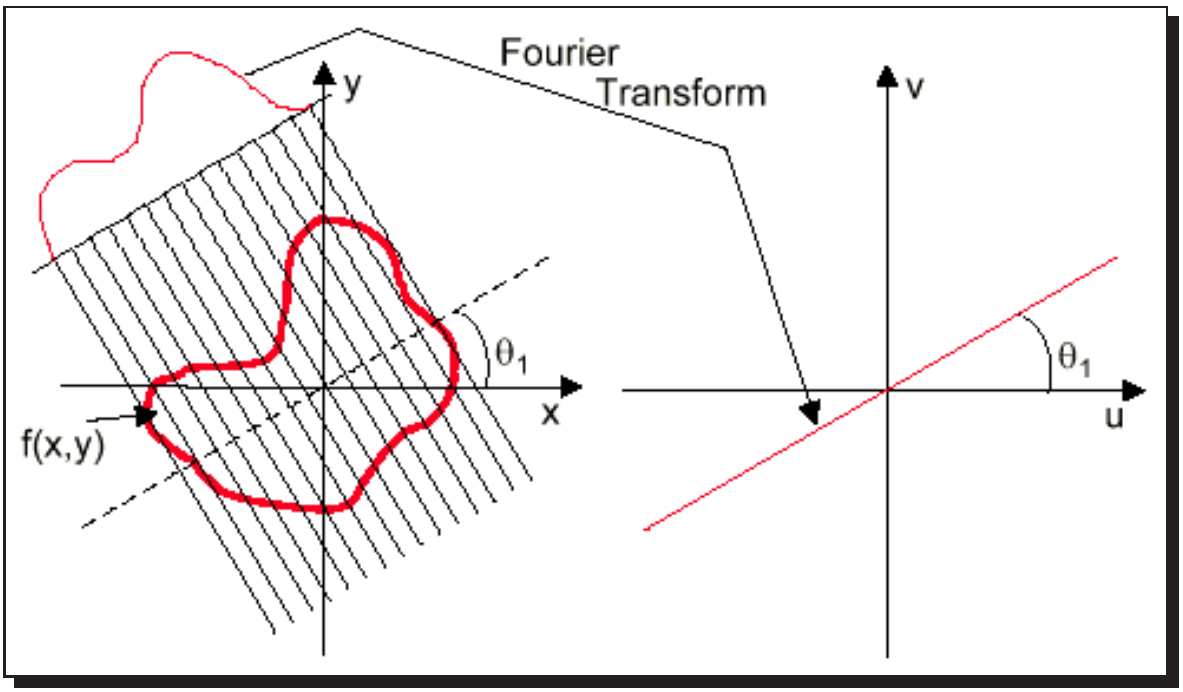
Reconstruction à partir de projections 2
Théorème de la tranche centrale 3
Exemples de reconstruction 7
Application de la tomographie 8

TOMOGRAPHIE
RECONSTRUCTION À PARTIR DE PROJECTIONS





TOMOGRAPHIE
THÉORÈME DE LA TRANCHE CENTRALE (1)



Considérons la Transformée de Fourier de $f(x,y)$

$$F(u,\nu) = \int\int f(x,y) \exp\left(-2\pi j(ux+\nu y)\right) dx\, dy$$

Que représente la ligne $\nu = 0$ du spectre de Fourier ?

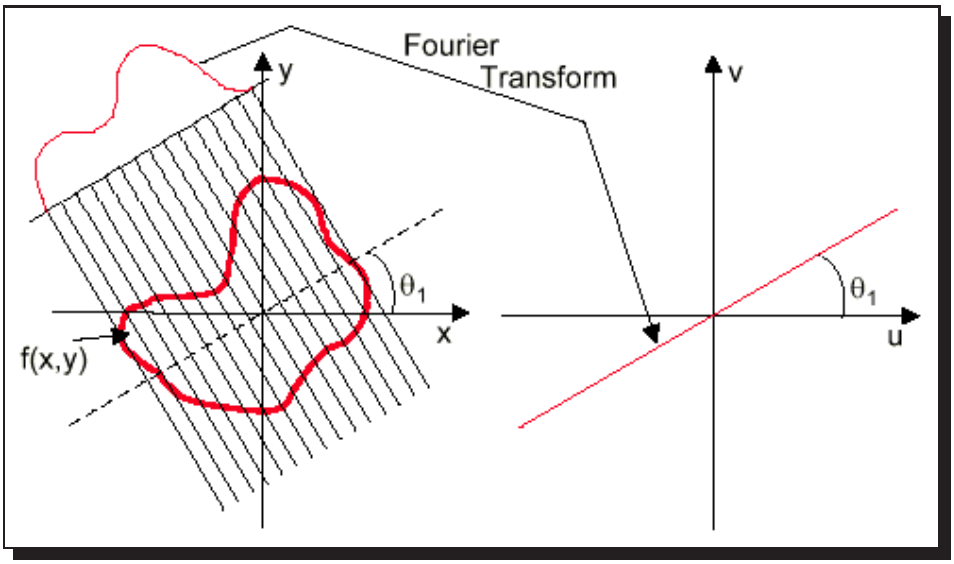
$$F(u,0) = \int \left[\int f(x,y)\, dy\right] \exp\left(-2\pi j(ux)\right) dx$$

$F(u,0) = \mathcal{F}(p_{\theta=0^0}(t))$ de même $F(0,\nu) = \mathcal{F}(p_{\theta=90^0}(t))$

Plus généralement, pour une projection de l'image suivant un axe de projection passant par l'origine et orienté selon un angle θ

$$p_\theta(t) = \int_l f(x,y)\, dl$$

TOMOGRAPHIE
THÉOORÈME DE LA TRANCHE CENTRALE (2)



Une ligne de projection au point t est
$x\cos\theta + y\sin\theta = t$

On obtient donc

$$p_\theta(t) = \iint f(x,y)\,\delta(x\cos\theta + y\sin\theta - t)\,dx\,dy$$

La TF de $p_\theta(t)$ est

$$P_\theta(w) = \int p_\theta(t)\exp(-2\pi jwt)\;dt$$

$$P_\theta(w) = \int \left[\iint f(x,y)\,\delta(x\cos\theta + y\sin\theta - t)\,dx\,dy\right]\exp(-2\pi jwt)dt$$

En utilisant la propriété $f(x)\delta(x-a) = f(a)\delta(x-a)$

$$P_\theta(w) = \iint f(x,y)\exp(-2\pi jw[x\cos\theta + y\sin\theta])\,dx\,dy$$

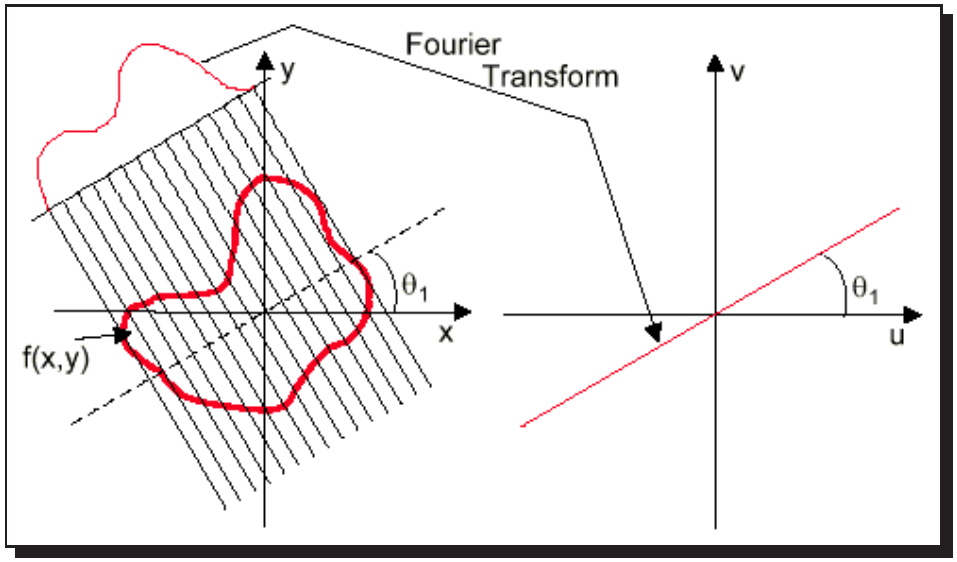
Sachant que la TF 2D est

$$F(u,\nu) = \iint f(x,y)\exp\left(-2\pi j(ux+\nu y)\right)dx\,dy$$

TOMOGRAPHIE
THÉOORÈME DE LA TRANCHE CENTRALE (3)

Si on pose $u = w\cos\theta$ et $\nu = w\sin\theta$, on a l'équation de l'axe de projection dans le domaine de Fourier

Donc à une ligne du spectre de Fourier d'orientation θ correspond la TF de la projection de l'image selon cet angle

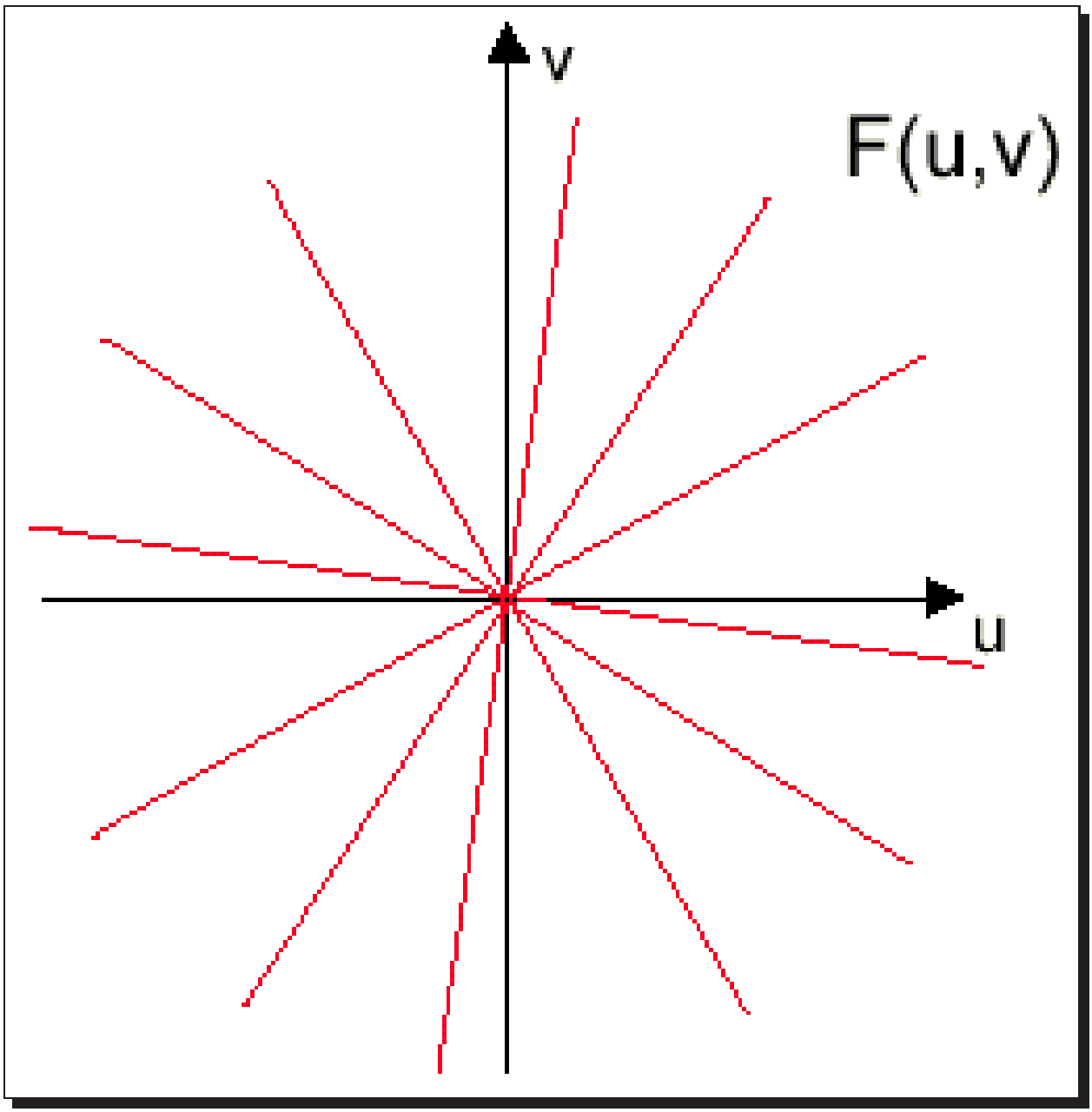


Si on empile les différentes projections $p_\theta(t)$ d'une image dans une matrice on obtient la Transformée de Radon

Image lenna

TF Radon

TOMOGRAPHIE
THÉORÈME DE LA TRANCHE CENTRALE (4)

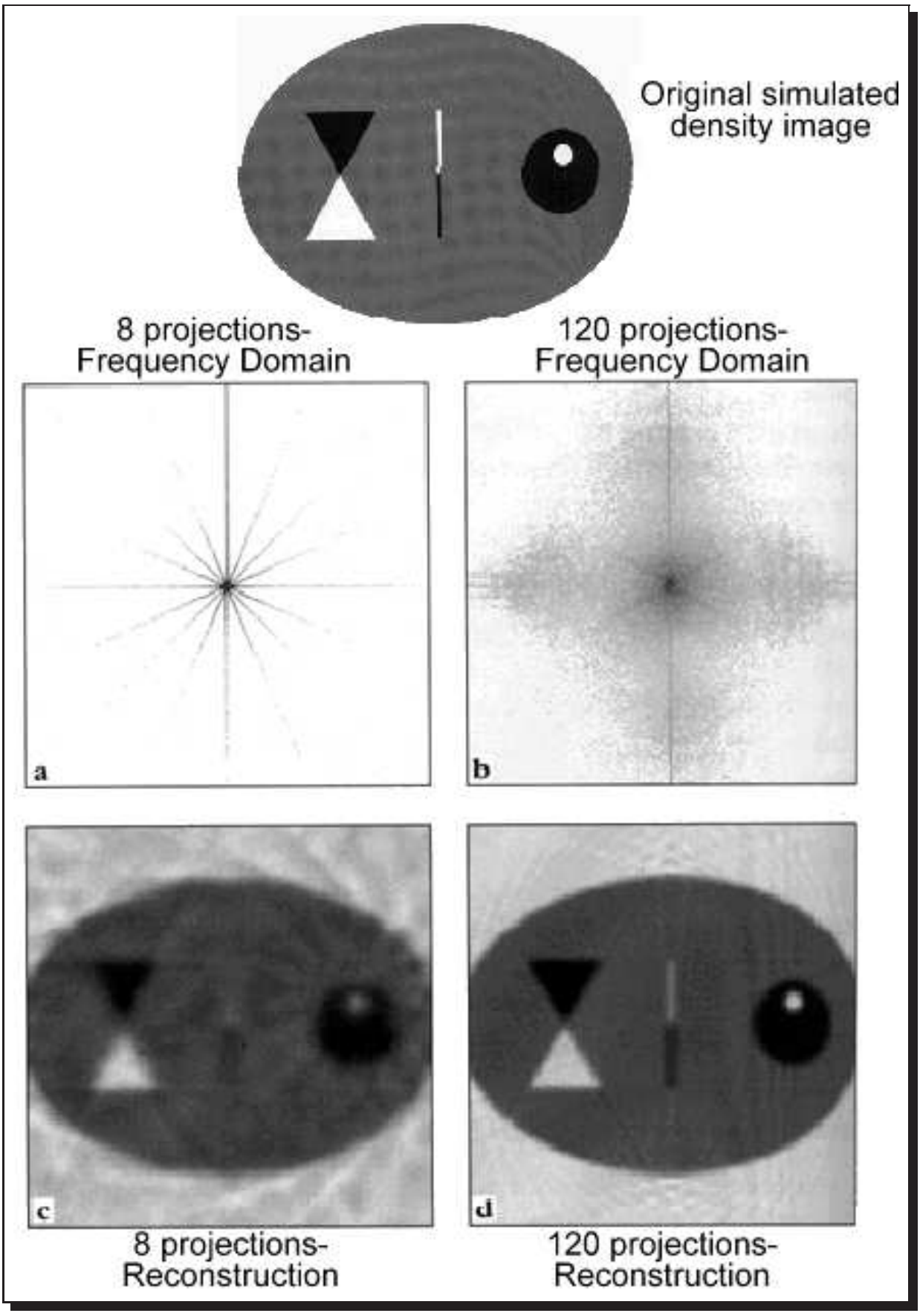


Reconstruction

1– Interpolation des points manquant de $F(u, \nu)$

2– Transformée de Fourier inverse de $F(u, \nu)$ pour obtenir $f(x, y)$

TOMOGRAPHIE
EXEMPLES DE RECONSTRUCTIONS



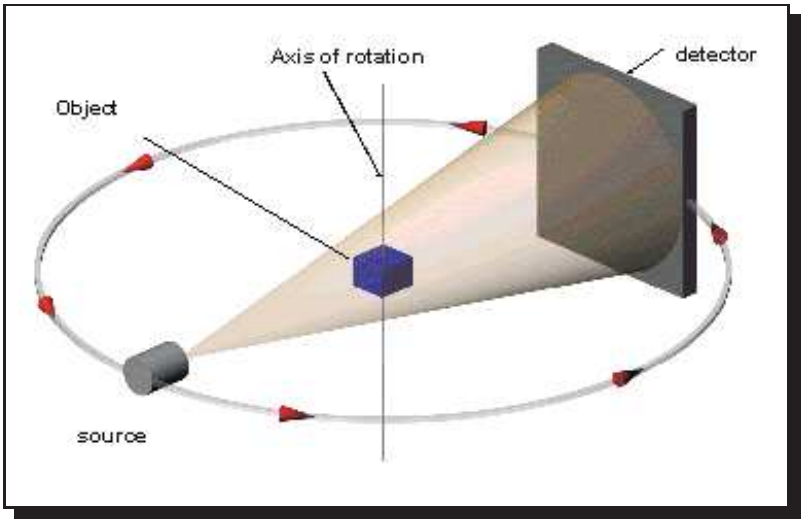
TOMOGRAPHIE
APPLICATIONS DE LA TOMOGRAPHIE (1)

Sir Godfrey Hounsfield
Inventeur de la Reconstruction tomographique, 1972
Prix Nobel en 1979

La Reconstruction Tomographique (Computerized Tomography) est une technique permettant de reconstruire le volume d'un objet à partir de ses projections

Plusieurs applications possibles selon :

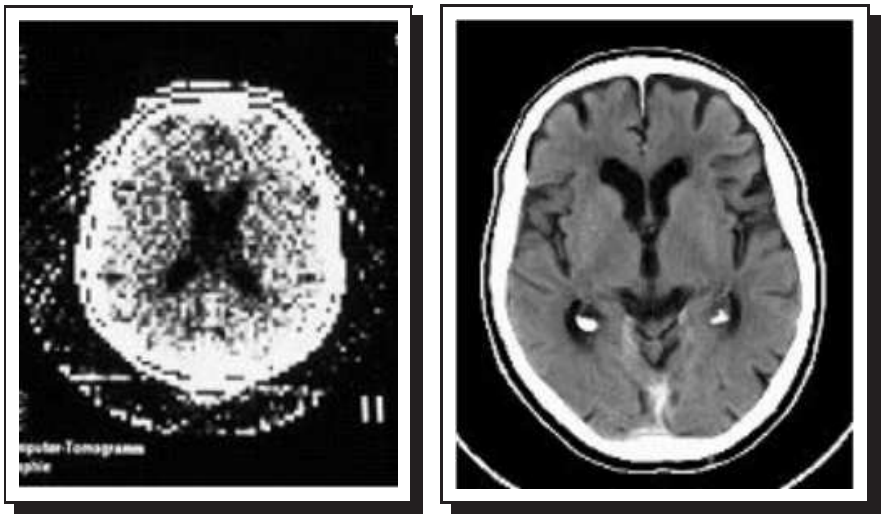
- Le type de source utilisé
- Le medium utilisé
- Le type d'information qu'enregistrent les capteurs



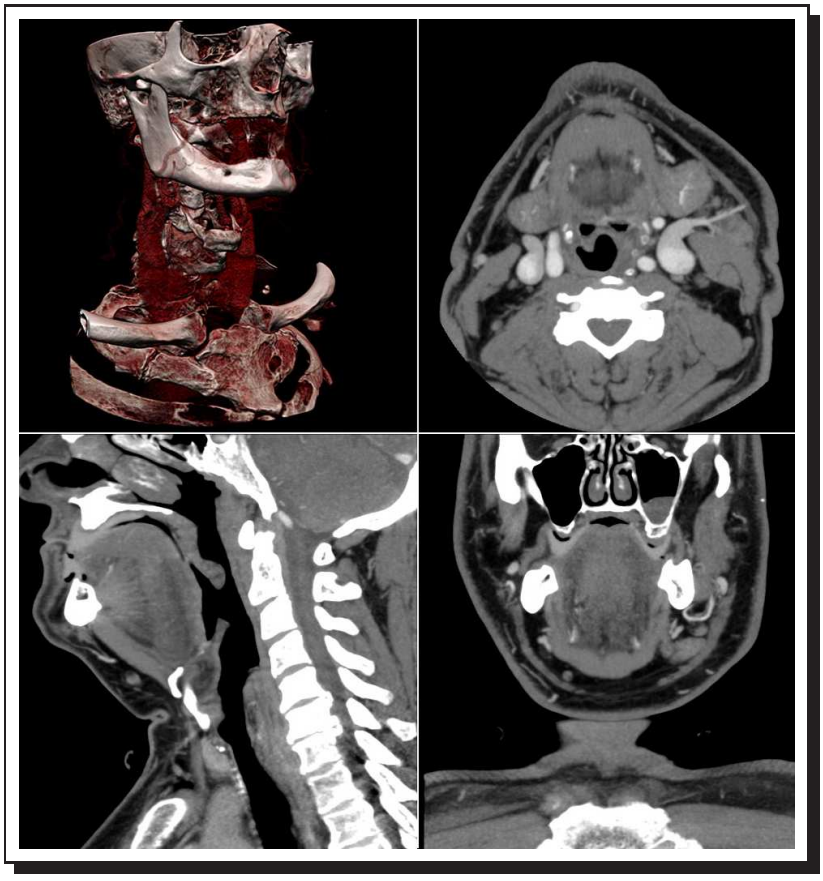
TOMOGRAPHIE
APPLICATIONS DE LA TOMOGRAPHIE (2)

Tomodensitométrie ou CT-scan

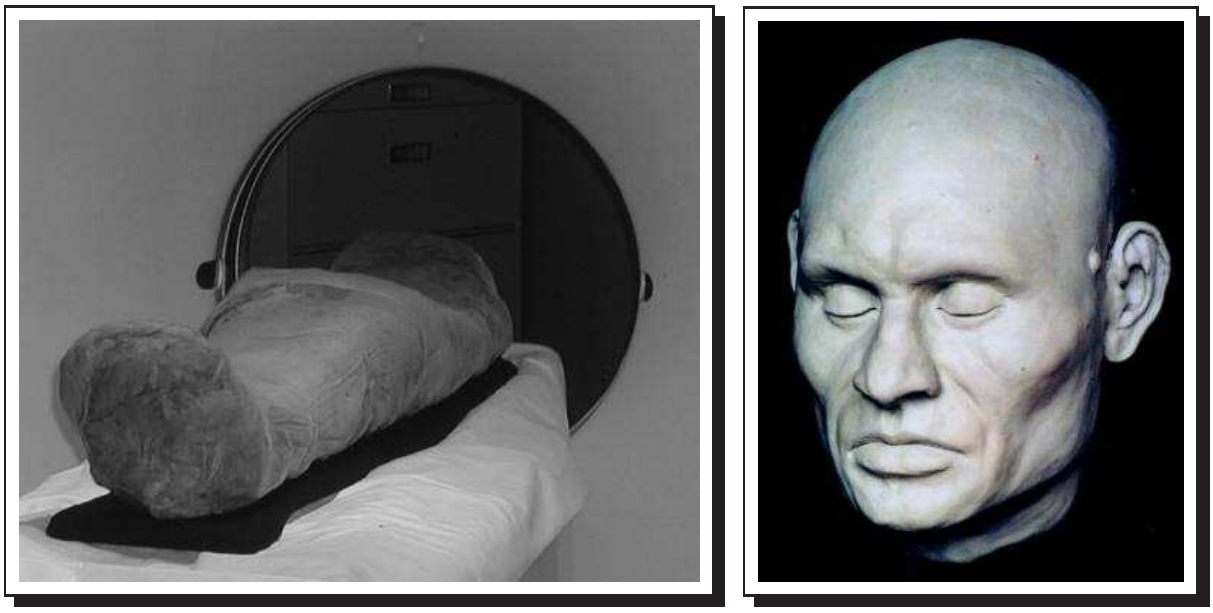
ou scanographie, tomographie axiale ou scanner (1ère application de la tomographie) est une technique qui utilisent l'absorption des rayons X par les tissus biologiques



Une des première CT image (1975) et image actuelle



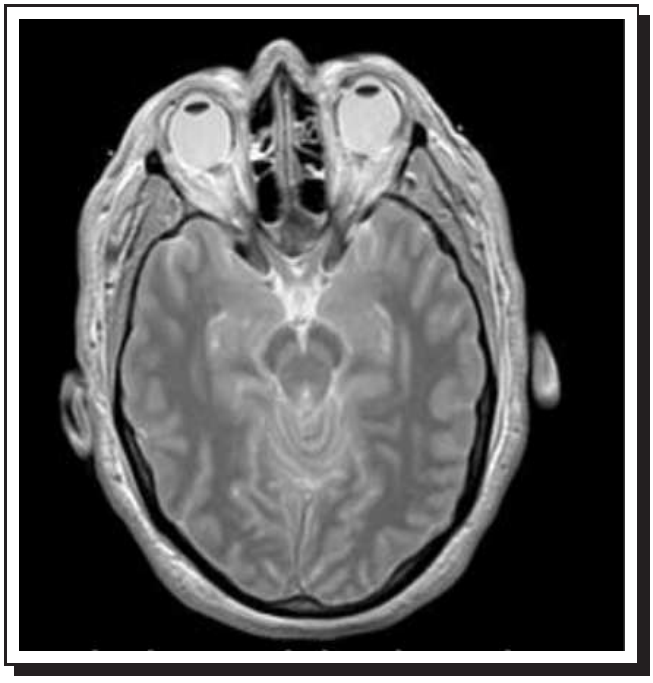
TOMOGRAPHIE
APPLICATIONS DE LA TOMOGRAPHIE (3)



Reconstruction faciale de l'interieur d'une momie

Imagerie par Résonance Magnétique

L'IRM applique des ondes électromag. sur une partie du corps et ces détecteurs mesurent le signal réémis par certains atomes (comme l'hydrogène). Permet d'imager les *tissus mous* mais pas les *tissus durs* (os)



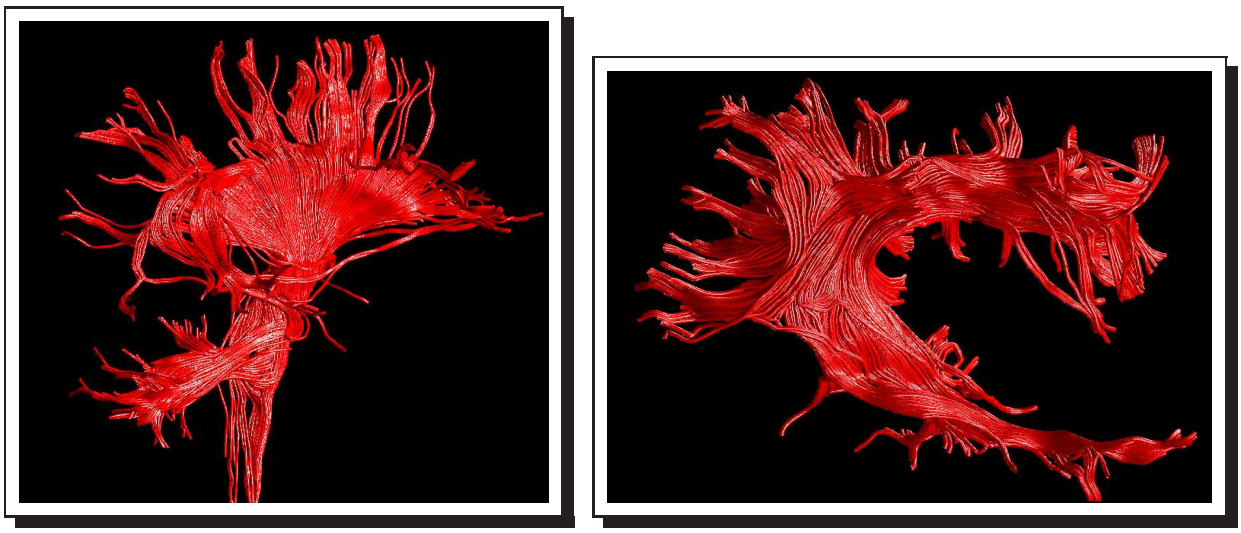
TOMOGRAPHIE
APPLICATIONS DE LA TOMOGRAPHIE (4)

Angiographie par IRM

Pour imager les vaissaux sanguins, on injecte un agent de contraste dans les veines du patient et on utilise l'IRM

Tratographie par IRM

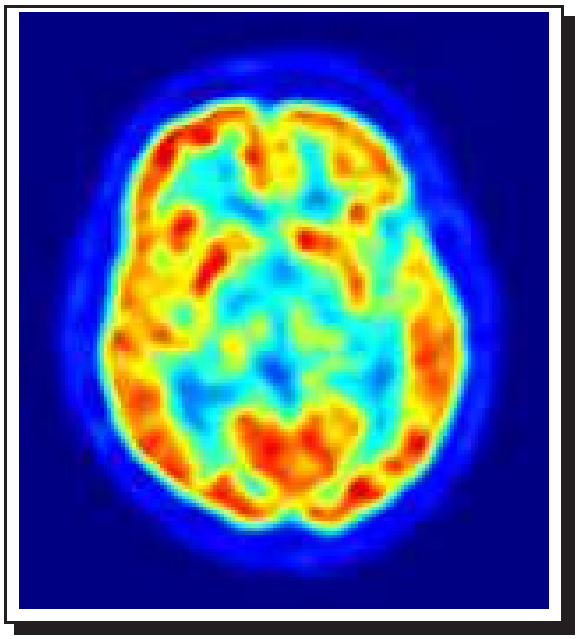
La tractographie par IRM reconstruit en 3D les grands faisceaux anatomiques et la microstructure et de l'organisation des tissus (exploite l'effet des inhomogénéités du milieu étudié sur le mouvement des molécules d'eau)

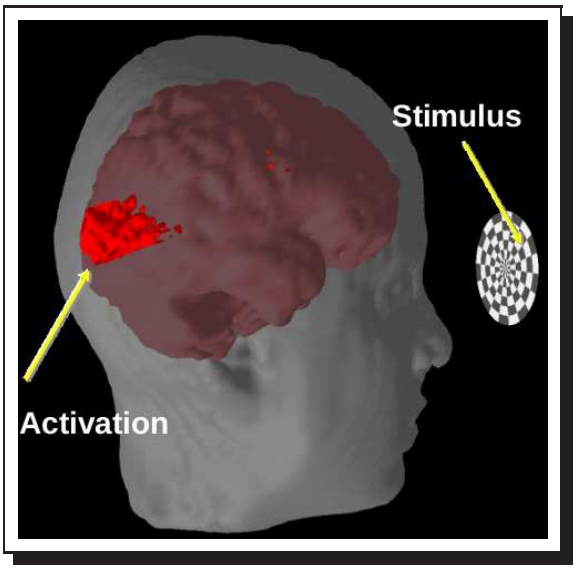


TOMOGRAPHIE
APPLICATIONS DE LA TOMOGRAPHIE (5)

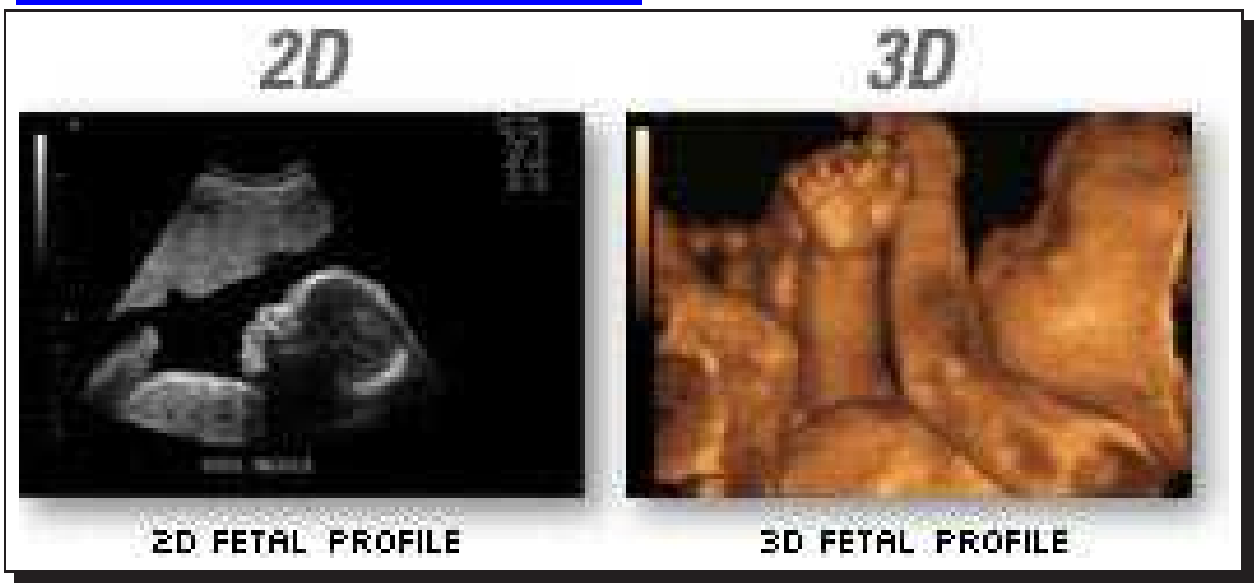
Tomographie par Émission de Positons

Permet de reconstruire en 3D l'activité métabolique d'un organe grâce aux émissions produites par les positons (ou positrons) issus de la désintégration d'un produit radioactif injecté au préalable





Tomographie Ultrasonique

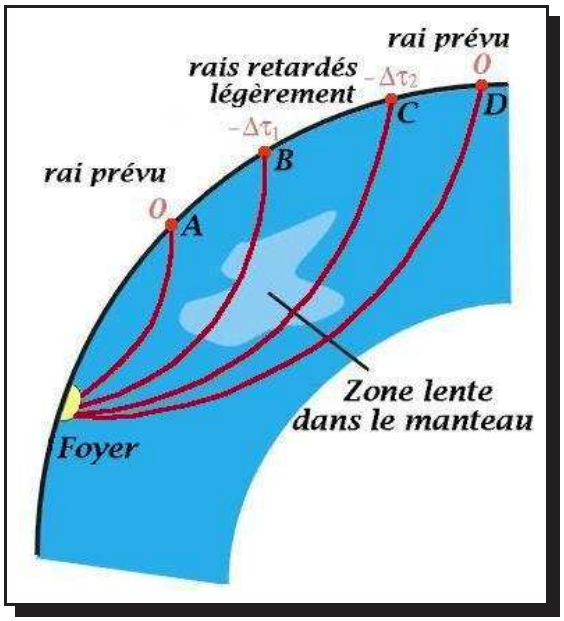


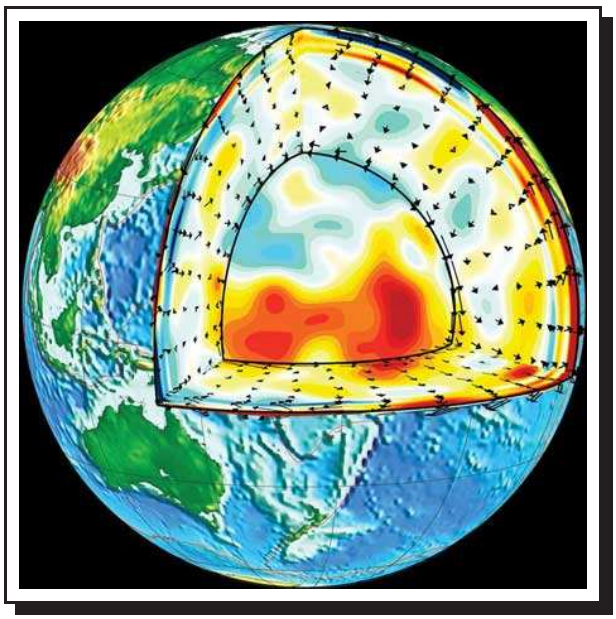
TOMOGRAPHIE
APPLICATIONS DE LA TOMOGRAPHIE (6)

Tomographie Sismique

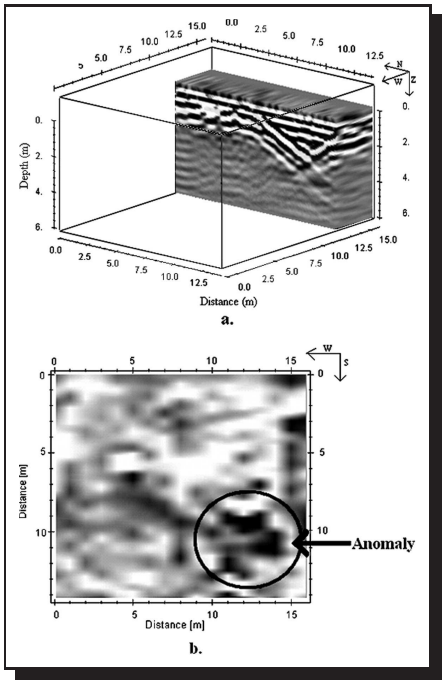
Consiste à visualiser les variations de vitesse des ondes sismiques dans la structure interne du globe terrestre associées à des variations de température des roches

1 À l'échelle d'un continent



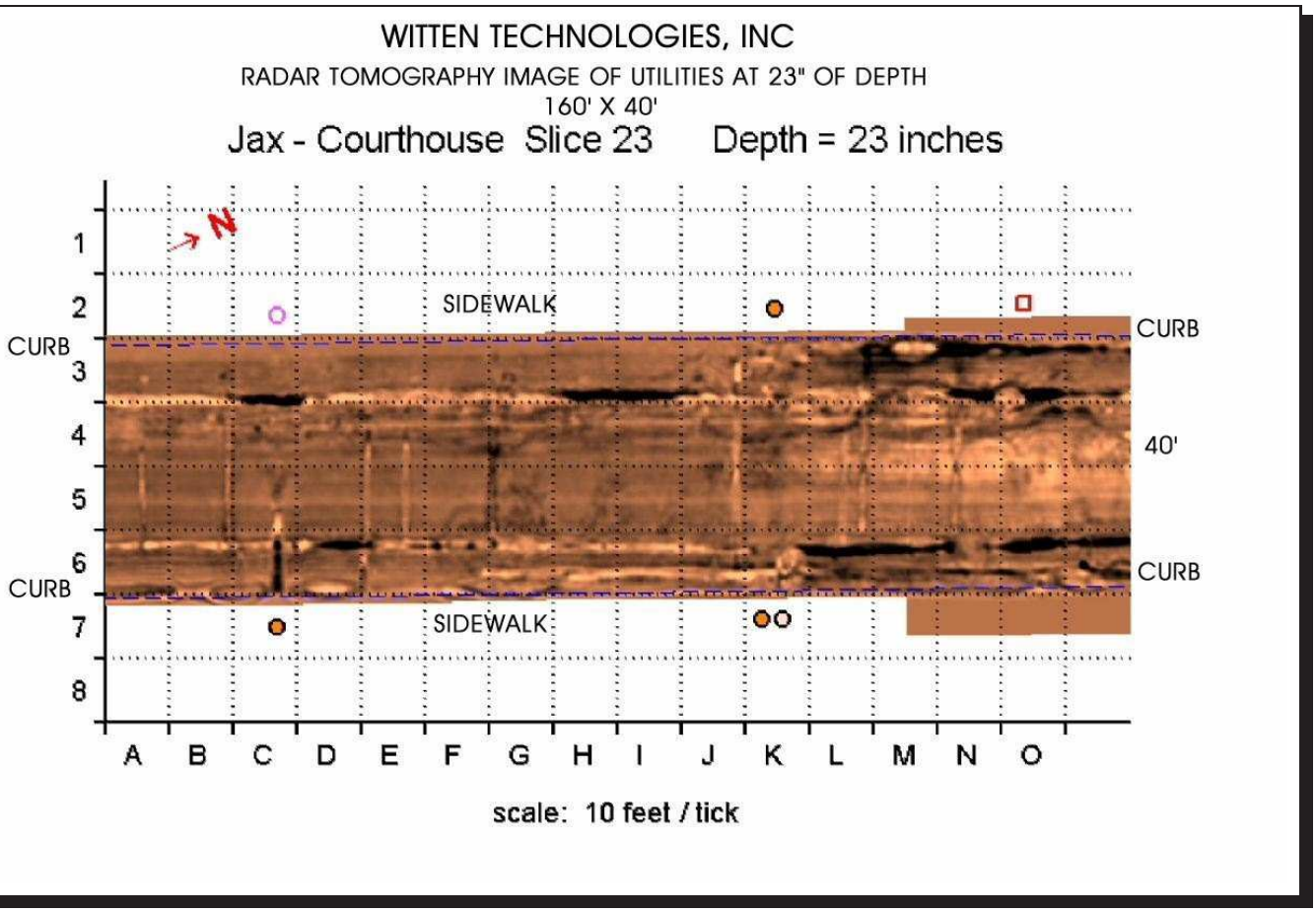


2 À l'échelle d'une petite zone géographique



TOMOGRAPHIE
APPLICATIONS DE LA TOMOGRAPHIE (7)

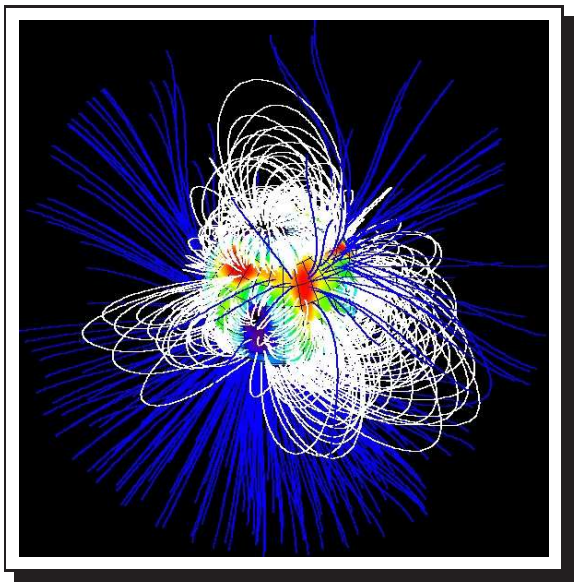
3 À l'échelle de quelques m^2



TOMOGRAPHIE
APPLICATIONS DE LA TOMOGRAPHIE (8)

Tomographie Zeeman-Doppler

Destinée à cartographier le champ magnétique à la surface des étoiles, cette technique d'imagerie utilise la capacité des champs magnétiques stellaires à absorber la lumière émise dans les raies spectrales formées dans l'atmosphère de l'étoile en rotation (effet Zeeman)



Autres Applications

- Contrôle non destructif
- Tomographie en cohérence optique
- Microscope à effet de champ
- Cryotomographie électronique
- Tomographie par projection optiques
- Imagerie photo-acoustique
- Tomographie acoustique de l'océan
- Tomographie quantique
- Tomographie par induction magnétique
- Tomographie par capacitance electrique
- ...