



DIRO
IFT 3205

EXAMEN INTRA

Max Mignotte

DIRO, Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle

[http : //www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift3205](http://www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift3205)

e-mail : mignotte@iro.umontreal.ca

Date : 19/02/2020

I	Série & Transformée de Fourier (61 pts)
II	Spectres et Aliasing (40 pts)
III	Filtrage (14 pts)
IV	Questions Relatives au TP (5 pts)
Total	120 points

TOUS DOCUMENTS, CALCULATRICES ET CALCULATEURS PERSONNELS AUTORISÉS

I. Série & Transformée de Fourier (61 pts)

1. SÉRIE DE FOURIER

- (a) Donner le nom de l'organe du corps humain qui réalise une sorte de décomposition fréquentielle ou spectre de fréquences (comme le fait mathématiquement la série ou Transformée de Fourier) que le cerveau va ensuite interpréter comme une tonalité.

<5 pts>

- (b) Donner le développement en série de Fourier de la fonction périodique $f(x) = 2 + \cos^3(x)$. Tracer ensuite son spectre et écrire mathématiquement à quoi est égale ce spectre (*i.e.*; donner l'expression mathématique de ce spectre)).

<7 pts>

2. TRANSFORMÉE DE FOURIER

- (a) Reprenez le spectre de la fonction de la question 1.(a) et tracer et écrire mathématiquement à quoi il est égale selon le modèle de la TF (Transformée de Fourier) utilisant les fréquences positives et négatives.

<7 pts>

- (b) Trouver dans le domaine spatial, un moyen mathématique permettant de ne considérer qu'une période de la fonction $f(x)$ de la question 1.(a) sur l'intervalle $[-\pi \ \pi]$ (*i.e.*, un moyen qui permettrait d'éliminer la périodicité spatiale intrinsèque de cette fonction $f(x)$), soit $f_0(x)$, cette fonction (devenue ainsi non périodique). Indiquer qualitativement puis ensuite avec un calcul mathématique le résultat que donnerait la TF de $f_0(x)$.

<10 pts>

- (c) En utilisant la connaissance (vue en classe) de la TF de la fonction triangle : $(\mathcal{F}[\Lambda(x)] = ([\sin \pi\nu]/[\pi\nu])^2)$, trouver, en utilisant aussi le peigne de Dirac (et sa TF), le résultat que donnerait la TF de la fonction triangle périodique de période $T = 2$.

À cette fin, vous pouvez utiliser un raisonnement qualitatif et/ou mathématique (quantitatif) en sachant que plus vous serez précis, plus vous aurez la totalité des points de cette question. Indiquer aussi pour le spectre de la fonction périodique si on se trouve en abscisse avec des fréquence numériques ou physiques.

<12 pts>

- (d) On aimerait calculer, dans le domaine des distributions, l'intégrale suivante :

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(2\pi\nu x) d\nu$$

À cette fin, vous pouvez avoir un raisonnement qualitatif en vous demandant quel serait la TF du signal spatial qui serait composé de cette infinité de cosinus (pour les différentes fréquences réelles) et ensuite la distribution correspondante (à ce spectre) dans l'espace spatial ou avoir un raisonnement quantitatif en utilisant la TF et la TF inverse.

<8 pts>

- (e) En vous aidant de l'espace de Fourier, trouver à quoi est égale $\delta'(x) \cdot \cos(x)$.

<6 pts>

- (f) Énumérer **toutes** les propriétés de $F(\nu)$, la TF de la fonction $f(x) = x \Lambda(x)$ (sans la calculer). Trouver ensuite cette TF (la calculer) en utilisant pas directement la définition de la TF utilisant la formule intégrale.

<6 pts>

Réponse

1.(a)

C'est un organe de notre oreille interne appelé la cochlée nous permet de détecter la tonalité des sons que nous entendons. La cochlée est acoustiquement couplée au tympan et consiste en une spirale de tissu couverte de milliers de cils. Les cils de la face externe de la spirale sont plus longs que ceux de la face interne. Les cils les plus longs entrent en résonance avec les sons ayant les plus basses fréquences, les cils les plus courts avec les plus hautes fréquences. Ainsi la cochlée transforme les variations de pression captées par le tympan en une information fréquentielle ou un spectre de fréquences, comme le ferait la Série ou Transformée de Fourier, et que le cerveau interprète comme une tonalité.

Il semblerait aussi (mais cela reste encore une hypothèse) que l'oeil humain perçoit un spectre optique plutôt qu'une image. Ce qui expliquerait pourquoi on perçoit si facilement les couleurs.

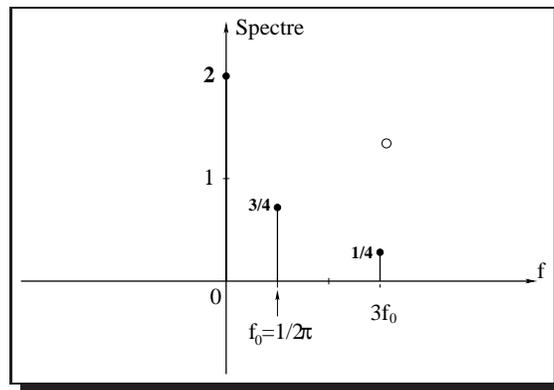
<5 pts>

1.(b)

Rappelons que la décomposition en série de Fourier consiste à représenter une fonction périodique comme étant une somme des fonctions périodiques les plus élémentaires possibles (à savoir les sinus et les cosinus, *i.e.*, les fonctions de fréquences pures, multiples de la fréquence fondamentale). À cette fin, dans notre cas, il suffit simplement de linéariser $f_1 = 1 + \cos^3(x)$.

$$\begin{aligned} f(x) = 2 + \cos^3(x) &= 1 + \cos(x) \left(\frac{1}{2}(1 + \cos 2x) \right) = 2 + \frac{1}{2} \cos(x) + \frac{1}{4} (\cos(3x) + \cos(x)) \\ &= 2 + \frac{3}{4} \cos(x) + \frac{1}{4} \cos(3x) \end{aligned}$$

Le spectre de $f(x)$ comporte ainsi 3 raies fréquentielles centrées respectivement sur les fréquence 0, $(1/2\pi)$ et $(3/2\pi)$, il s'écrit mathématiquement $F(\nu) = 2 \delta(\nu) + \frac{3}{4} \delta[\nu - (1/2\pi)] + \frac{1}{4} \delta[\nu - (3/2\pi)]$ (et ne comporte que des fréquences positifs car on utilise dans cette question le modèle simplifié de série de Fourier).



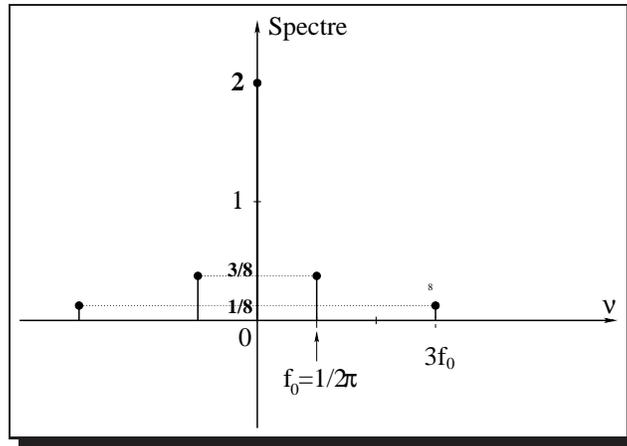
<7 pts>

2.(a)

Avec le modèle de la TF (Transformée de Fourier), chaque raie spectrale associée à une fréquence positive non nulle vont se diviser en deux avec une amplitude deux fois moins importante, l'une du côté des fréquences positives et l'autre du côté des fréquences négatives. On se souvient en effet que dans la TF, $\mathcal{F}[\cos(2\pi\nu_0 x)] = (1/2)[\delta(\nu - \nu_0) + \delta(\nu + \nu_0)]$ contrairement à la Série de Fourier (SF) où le spectre de $\cos(2\pi\nu_0 x)$ est égale à seulement $\delta(\nu - \nu_0)$.

Donc le spectre de la fonction de la question 1.(a) s'écrit dans le modèle de la TF ;

$$F(\nu) = 2 \delta(\nu) + \frac{3}{8} \left(\delta\left[\nu - \frac{1}{2\pi}\right] + \delta\left[\nu + \frac{1}{2\pi}\right] \right) + \frac{1}{8} \left(\delta\left[\nu - \frac{3}{2\pi}\right] + \delta\left[\nu + \frac{3}{2\pi}\right] \right)$$



<7 pts>

2.(b)

Pour ne considérer qu'une période de la fonction $f(x)2 + \cos^3(x)$ de la question 1.(a) sur l'intervalle $[-\pi \pi]$, il suffit de multiplier cette fonction par la fonction porte de largeur 2π et en projetant ce produit de deux fonctions dans le domaine spectrale en utilisant le modèle de la TF, cela aura pour effet de rendre continue le spectre :

$$\begin{aligned}
 f(x) \cdot \frac{1}{2\pi} \Pi\left(\frac{x}{2\pi}\right) &\Rightarrow F(\nu) * \frac{\sin(2\pi^2\nu)}{\pi\nu} \\
 &= \frac{1}{2\pi} \left\{ \left\{ 2\delta(\nu) + \frac{3}{8} \left(\delta\left[\nu - \frac{1}{2\pi}\right] + \delta\left[\nu + \frac{1}{2\pi}\right] \right) + \frac{1}{8} \left(\delta\left[\nu - \frac{3}{2\pi}\right] + \delta\left[\nu + \frac{3}{2\pi}\right] \right) \right\} * \frac{\sin(2\pi^2\nu)}{\pi\nu} \right\} \\
 &= \frac{1}{\pi} \frac{\sin(2\pi^2\nu)}{\pi\nu} + \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{\sin(2\pi^2[\nu - \frac{1}{2\pi}])}{\pi[\nu - \frac{1}{2\pi}]} + \frac{\sin(2\pi^2[\nu + \frac{1}{2\pi}])}{\pi[\nu + \frac{1}{2\pi}]} + \frac{\sin(2\pi^2[\nu - \frac{3}{2\pi}])}{\pi[\nu - \frac{3}{2\pi}]} + \frac{\sin(2\pi^2[\nu + \frac{3}{2\pi}])}{\pi[\nu + \frac{3}{2\pi}]} \right\}
 \end{aligned}$$

<10 pts>

2.(c)

Raisonnement qualitatif : La périodisation de la fonction triangle $\Lambda(x)$, toutes les périodes $T = 2$, dans le domaine spatial se transforme dans le domaine spectral par la discrétisation du spectre de la fonction triangle (*i.e.* : $F(\nu) = [(\sin \pi\nu)/(\pi\nu)]^2$) pour toutes les fréquences n/T (où n est un entier). On aura donc, pour la TF de la fonction triangle qui se périodise, un spectre de raies (ou spectre discrétisé ou échantillonné) toutes les fréquences n/T ou ($n/2$ dans notre cas) (avec $n \in \mathbb{N}$).

Raisonnement quantitatif :

On peut reprendre le raisonnement de l'acétate 23 du chapitre *Transformée de Fourier* en remplaçant la fonction $f_0(x)$ par notre fonction triangle $f_0(x) = \Lambda(x)$. En effet, la fonction triangle périodique $f(x)$ peut se noter (avec $T = 2$) :

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \Lambda(x - nT) = \Lambda(x) * \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \delta(x - nT)$$

En appliquant la TF, et en appliquant la propriété $F(\nu) \cdot \delta(\nu - n/T) = F(n/T) \cdot \delta(\nu - n/T)$, on obtient :

$$F(\nu) = \left(\frac{\sin \pi\nu}{\pi\nu} \right)^2 \times \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \delta\left(\nu - \frac{n}{T}\right) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \underbrace{\frac{1}{T} \left(\frac{\sin \pi n/T}{\pi n/T} \right)^2}_{A_n} \cdot \delta\left(\nu - \frac{n}{T}\right)$$

On obtient bien un spectre de raies équidistantes (caractéristique des spectres des signaux périodiques) et séparées dans notre cas de la fréquence $1/2$ (correspondant à la fréquence fondamentale) et pondéré par les

coefficients A_n (qui sont aussi les coefficients A_n de la série de Fourier [associés au cosinus] pour $n \in \mathbb{N}^+$; les coefficients B_n étant nuls puisque la fonction $\Lambda(x)$ est paire).

NOTA : On peut vérifier que A_0 est bien la valeur moyenne ou composante continue du signal *fonction triangle périodique*; en effet $A_{n=0} = 1/2$ et correspond à la valeur moyenne de notre signal sur une période $T = 2$.

<12 pts>

2.(d)

Raisonnement qualitatif : La TF d'un signal cos pour une certaine fréquence est un spectre de deux raies dans le domaine spectral (réel puisque le signal cos est pair) d'amplitude 1/2 et centré sur la fréquence positive et négative correspondant à la fréquence de ce signal cosinus. Puisque la TF est linéaire, la somme (ou l'intégrale) des spectres de ces différents cosinus (entre $\nu = 0$ et $+\infty$) va donc totalement remplir le domaine spectral réel d'une suite de raies spectrales d'amplitude 1/2 pour toutes les fréquences continues (positives ou négatives) existantes et créer le signal constant 1/2 dans le domaine spectral réel.

La somme (ou l'intégrale) des spectres de ces différents cosinus (entre $\nu = -\infty$ et 0) va faire la même chose et la somme de ces deux portions d'intégrales créera le signal constant 1 dans la partie réelle du spectre. Or on sait que la TF inverse de 1 (dans le domaine fréquentiel) est la distribution $\delta(x)$ dans le domaine spatial. Donc cette intégrale est égale à $\delta(x)$.

Raisonnement quantitatif :

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(2\pi\nu x) d\nu = \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(2\pi\nu x) + j \sin(2\pi\nu x) d\nu = \int_{-\infty}^{+\infty} 1 \exp(2\pi j \nu x) d\nu = \mathcal{F}^{-1}[1] = \delta(x)$$

<8 pts>

2.(e)

En utilisant la TF de la fonction δ' et la TF de la fonction cosinus vue en cours, et la propriété de convolution par le Dirac dérivée, on a :

$$\begin{aligned} \delta'(x) \cos(x) &= (2\pi j \nu) * \frac{1}{2} (\delta(\nu - (1/2\pi)) + \delta(\nu + (1/2\pi))) \\ &= [\pi j (\nu - (1/2\pi))] + [\pi j (\nu + (1/2\pi))] \\ &= 2\pi j \nu \end{aligned}$$

Donc $\delta'(x) \cos(x) = \delta'(x)$

<6 pts>

2.(f)

La fonction $f(x) = x \Lambda(x)$ est le produit d'une fonction impaire et paire, elle est donc impaire (et réelle) donc sa transformée $F(\nu)$ sera imaginaire pure et impaire. De plus, comme la fonction $f(x)$ est non périodique, son spectre sera continu.

En utilisant $\mathcal{F}[x] = \frac{j}{2\pi} \delta'(\nu)$, la TF de la fonction Triangle vue en cours, et la propriété de convolution par le Dirac dérivée ($\delta'(\nu) * F(\nu) = F'(\nu)$), on a donc :

$$x \Lambda(x) \Leftrightarrow \frac{j}{2\pi} \delta'(\nu) * \left(\frac{\sin(\pi\nu)}{\pi\nu} \right)^2 = \frac{j}{\pi} \left(\frac{\pi^2 \nu \cos(\pi\nu) - \pi \sin(\pi\nu)}{\pi^2 \nu^2} \right)$$

Dont le spectre est bien imaginaire pure, impaire et continu.

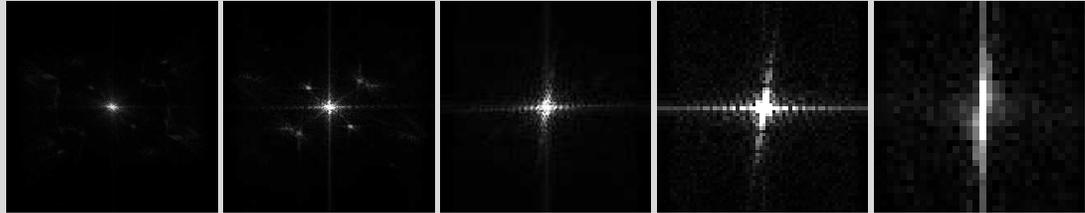
On aurait pu aussi utiliser $\mathcal{F}[xf(x)] = -F'(\nu)/(2\pi j)$ (avec $F(\nu)$, la TF de la fonction triangle) et retrouver la même chose.

<6 pts>

II. Spectres et Filtrage (40.5 pts)



1.

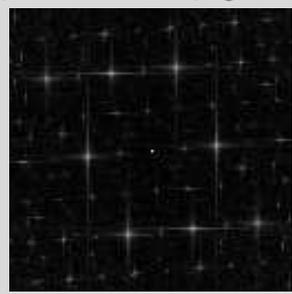


Les images (1) à (5) de la Figure ci-dessous représentent le module du spectre de Fourier (calculé par la FFT puis recentré au centre de l'image et après avoir rehaussé légèrement les hautes fréquences comme en TP) des différentes imaugettes (1) à (5) prises sur l'image BARBARA de taille 512×512 (à partir du bord inférieur gauche et avec une taille chaque fois deux fois plus grande).

Indiquer, pour chacun des spectres, à quelle image il correspond. Justifier qualitativement chaque réponse par les caractéristiques présentes dans l'image et dans son spectre associé. Vous pouvez aussi raisonner par élimination.

<22.5 pts>

2. La Figure ci-dessous représente le module du spectre de Fourier (calculé par la FFT puis recentré au centre de l'image et après avoir rehaussé légèrement les hautes fréquences comme en TP) d'une image de taille 128×128 . Dire tout ce que vous pouvez sur les propriétés spatiales de cette image dont on a calculer le spectre (motif périodique ?, taille du texton, agencement de ces textons dans l'image, etc.)



<8 pts>

3. TFD & Aliasing

(a) Avant la série de Fourier complexe, le modèle simplifié de la série de Fourier se trompait et prédisait des problèmes d'échantillonnage (ou d'aliasing) à partir de quelle fréquence d'échantillonnage et pourquoi ? Expliquer qu'elle fut l'abstraction mathématique qui permet de définir la bonne période d'échantillonnage optimale trouvée par Shannon.

<5 pts>

(b) Expliquer à partir de la formule de la TFD inverse (appliquée sur une image de taille $N \times N$) :

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{\nu=0}^{N-1} F(u, \nu) \exp\left(2\pi j \left(\frac{ux + \nu y}{N}\right)\right)$$

Comment $f(x, y)$ est reconstruite **concrètement** et précisément à partir de son spectre.

<5 pts>

Réponse

1.(a)

On pourrait facilement, tout de suite, classer $[1 - e]$ et $[2 - d]$ car on voit que ses images ont le même nombre de pixels que leur transformée respective. Si on a de bons yeux, puisqu'il y a le même nombre de pixels entre le signal et sa TFD on a aussi immédiatement $[3 - c]$, $[4 - b]$ et $[5 - a]$. Mais même sans cela on peut arriver au bon classement.

Soulignons aussi que plus l'image est grande, plus la représentation fréquentielle est compressif, *i.e.*, que le spectre est concentré au centre (basse et moyenne fréquences). En utilisant cette seule information, on arrive à un classement de ces spectres sans aucune ambiguïté !

Mais même sans utiliser ces deux précédentes informations, on peut arriver au résultat et le plus simple est de procéder par élimination en allant du plus évident au moins évident :

- $[1 - e]$:

Belle transition verticale indiquant une belle discontinuité horizontale dans le domaine spatial. La seule possibilité est l'image (1) qui présente une transition horizontale (la première ligne est claire et la dernière ligne est plus sombre) laquelle est due à la périodisation implicite de l'image (en ligne et en colonne) créée par la TFD (ou plus précisément la version discrétisée de la TF). Elle est très visible car l'image est petite et comporte peu de pixels (quand l'image comporte peu de pixels, les transitions de bords occupent un pourcentage important du nombre total de pixels de l'image [cf. examen de l'année précédente]).

- $[2 - d]$:

Il existe deux directions de discontinuité dans cette image (verticale et horizontale légèrement descendante) créant deux discontinuités dans la direction opposée dans le domaine spectral.

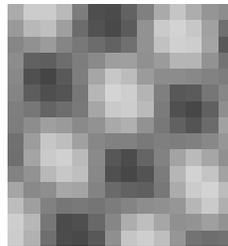
- $[5 - a]$:

L'image possède plein de textures différentes et toute cette information est résumée avec le pouvoir compressif du calcul de la TF par une tache au centre de l'image.

- $[4 - b]$:

Même raisonnement que précédemment si ce n'est que l'on aperçoit nettement dans cette image une texture avec un motif périodique (la nappe de la table) créant les 4 pics d'intensité autour de la tache centrale comme si le spectre résultant était discrétisé par un peigne de Dirac ; donc indiquant qu'un texon se répète périodiquement dans le domaine spatial dans deux directions opposées correspondant aux deux directions de la nappe. Ce texon est l'élément périodique de la nappe, c'est à dire le motif carré clair-sombre.

NOTA : On peut même dire que la fréquence numérique associée à ces pics est autour de 0.15 correspondant à un motif périodique qui se répète dans l'image spatiale tous les $0.10^{-1} \approx 9$ ou 10 pixels ce qui est confirmé par l'image et par l'extrait de celle-ci que je donne à la suite de ce commentaire.



- $[3 - c]$:

Deux directions de discontinuités affaiblies par quelques autres discontinuités de direction différentes.

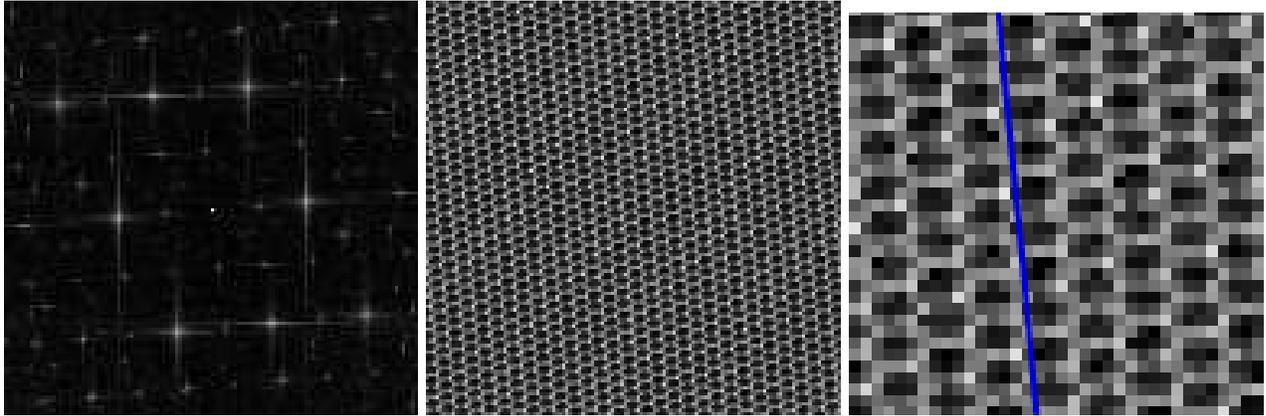
<22.5 pts>

2.(a)

Spectre qui ressemble à un spectre discrétisé ou échantillonné ou formé de raies spectrales caractéristique d'un spectre d'un signal périodique dont le texon se répète avec une fréquence numérique (horizontale légèrement orientée en haut) de ≈ 0.2 ou 5 pixels horizontale (légèrement orientée à gauche) et avec une

fréquence numérique (verticale légèrement orientée à gauche) de $\approx 0.25 - 0.30$ ou 3 ou 4 pixels verticale (légèrement orientée en haut). De plus, comme le spectre semble assez proche d'une discrétisation par une sorte de peigne de Dirac, la variabilité du texton dans cette image n'est pas trop grande.

On peut en comparant ce spectre au spectre de la première image du TP1, dire que le texton est plus petit car les pics fréquentiels sont plus éloignés les uns des autres avec un agencement légèrement incliné horizontalement.



<8 pts>

3.(a)

Le modèle simplifié de la série de Fourier ne comportait pas de fréquences négatives et du coup le repliement spectral ne se faisait qu'avec les fréquences positives du spectre et se prédisait à une fréquence d'échantillonnage deux fois moins importante que la fréquence de Shannon ; Avec l'intégration des nombres complexes (et de leur abstraction mathématique modélisée par la partie imaginaire), le spectre d'un signal s'est vu modélisé aussi par des fréquences négatives (avec la symétrie hermitienne inhérente de la TF d'un signal réel qui dit que la partie réelle du spectre ou son module est forcément pair et la partie imaginaire du spectre ou sa phase est impaire) et le phénomène de repliement spectral fut donc apparu correctement (et vérifié par l'expérimentation) pour une période d'échantillonnage deux fois plus petite ou pour une fréquence d'échantillonnage deux fois plus grande.

<5 pts>

3.(b)

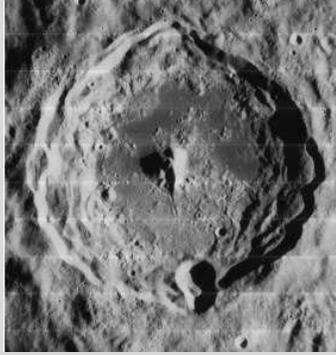
Dans le monde réel, les fonctions de base exponentielles complexes ne sont que des fonctions cosinus bidimensionnels ($exp(jx) = \cos(x) + j \sin(x)$) et pour une image de taille $N \times N$ qui n'est pas paire ou impaire, le spectre de celle-ci se résume en $N \times N$ valeurs discrétisé du spectre qui sont complexes et qui donc comporte une partie réelle et une partie imaginaire ou un module et une phase. Une image de taille $N \times N$ se reconstruira donc comme la somme des $N \times N$ imajettes correspondantes à leur cosinus bidimensionnel, pondérée par la valeur du module du spectre, et déphasé par la valeur de l'argument ou de phase stockée dans la phase.

Concrètement, depuis l'expérience de Oppenheim et Lim (1981), Une image de taille $N \times N$ se reconstruira donc comme la somme des $N \times N$ imajettes correspondantes à leur cosinus bidimensionnel pondérée par la valeur du module du spectre recréant ainsi plutôt l'intensité des contours de l'image. Et le module du spectre est déphasé par la valeur de l'argument ou de phase stockée dans la phase recréant ainsi plutôt l'aspect ou la texture de l'image.

<5 pts>

III. Filtrage (14 pts)

1. Soit l'image ci-dessous de la surface de la lune :



On aimerait faire une opération de filtrage fréquentielle qui nous enlève (ou atténue fortement) les artefacts de lignes blanches horizontales apparaissant sur cette image. En fait ces artefacts sont dus à la recombinaison de l'image à partir des différentes bandes horizontales d'images prises par le satellite pour chacune de ses révolutions successives autour de la lune.

Dire comment ces artefacts de "lignes" blanches horizontales apparaîtront sur le spectre de l'image. Dire quel est le nom ou le type de filtrage permettant d'enlever dans le domaine fréquentielle ce type de dégradation. Pour ce type de filtrage, donner juste à quoi ressemblerait schématiquement la PSF de ce type de filtrage si on le faisait dans le domaine spatial en étant le plus précis possible.

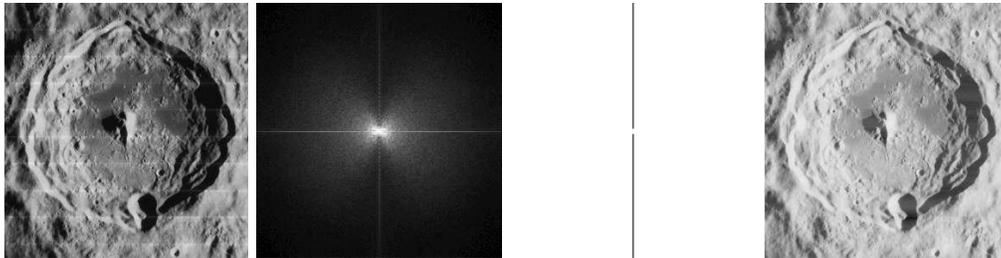
<14 pts>

Réponse

1.

Ces artefacts de "lignes" blanches horizontales apparaîtront sur le spectre de l'image comme des forts coefficients spectraux, *i.e.*, représenté par une ligne blanche, dans la direction opposée (donc verticale) et passant par le centre du spectre (module de la TF après recalage au centre de l'image). Pour éliminer, ce type de dégradation, on doit donc supprimer (ou fortement atténuer) les fréquences spectrales associées à cette ligne verticale passant par le centre du spectre. Il s'agit d'une opération fréquentielle qui s'appelle un coupe-bande ou rejecteur de bande (ou le contraire ou l'inverse d'un filtre fréquentiel passe-bande) dont la PSF sera dans le domaine spatial de la forme de $h(y) = \delta(y) - \text{PSF}_{\text{pb}}(y)$ où $\text{PSF}_{\text{pb}}(y)$ est la PSF associée à un filtre passe-bande donnée en cours et orientée selon l'axe y des colonnes de l'images. Remarquons que le filtre coupe bande ne doit pas enlever le coefficient spectral centré sur la fréquence 0 car celui-ci correspond à la valeur moyenne de l'image.

Ci-dessous, l'image de la lune, son spectre, la MTF du filtre fréquentiel rejecteur de bande et l'image filtrée par ce type de filtre. Notons aussi que dans ce spectre, la ligne horizontale correspond aux discontinuités créées par la périodicité implicite de l'image (du au fait que l'on utilise la version discrétisée de la TF).



<14 pts>

IV. Questions Relatives au TP : *Intercorrélation-Interspectre* (5 pts)

1. Dans la question 3 du TP : Intercorrélation-Interspectre

- (a) Pourquoi est-il judicieux de faire tourner (ou rotationner) le module du spectre après un recalage cyclique (*i.e.* après avoir mis le centre de ce spectre au centre de l'image.)

<5 pts>

Réponse

1.(a)

En rotationnant l'image à partir de son centre (à partir d'une image de même taille), la fonction de rotation utilisée dans le TP perd un peu d'information sur les quatre coins de l'images. Or le spectre, si il n'est pas recentré par rapport au centre de l'image est essentiellement concentré sur ces quatre coins (correspondant aux très basses et moyennes fréquences). Il est donc préférable de recentrer le module du spectre au centre de l'image. De ce fait, il n'y aura aucune perte d'information pour les différentes versions rotationnée du module du spectre.

<5 pts>