



DIRO  
IFT 3205

# TRAVAIL PRATIQUE

## Autocorrélation

*Max Mignotte*

DIRO, Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle.

http : //www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift3205

e-mail : *mignotte@iro.umontreal.ca*

## 1 Introduction

Ce TP consistera à étudier quelques applications en traitement du signal de la fonction d'autocorrélation. On rappelle que la fonction d'autocorrélation d'un signal  $f$ , signal réel uni-dimensionnel dans le domaine temporel est définie par :

$$C_f(\tau) \triangleq \int f(t) f(t - \tau) dt$$

L'autocorrélation est un outil mathématique souvent utilisé en traitement du signal qui exprime l'intercorrélation entre un signal et lui même. La fonction d'autocorrélation que l'on note  $C_f$  (ou  $C_{ff}$ ) indique la ressemblance du signal avec ses translations. Cela permet de caractériser l'effet mémoire du signal comme le montre la Fig. 1 où on calcule l'autocorrélation d'une porte rectangulaire  $\Pi_T$  de largeur  $T$ . On voit que le maximum de ressemblance est obtenu lorsque la translation est nulle  $\tau = 0$ , que celle-ci est paire et qu'au delà d'une durée  $\pm T$ , cette fonction d'autocorrélation est nulle; on dit alors qu'il y a décorrélation (au delà de cette durée).

L'autocorrélation permet aussi de détecter des régularités, des profils répétés dans un signal comme un signal périodique perturbé par beaucoup de bruit, les dépendances internes du signal ou bien une fréquence fondamentale d'un signal qui ne contient pas effectivement cette fréquence fondamentale, mais l'implique avec plusieurs de ses harmoniques. Elle peut également être employée pour estimer le lancement d'une tonalité musicale ou la localisation de source ou de défauts.

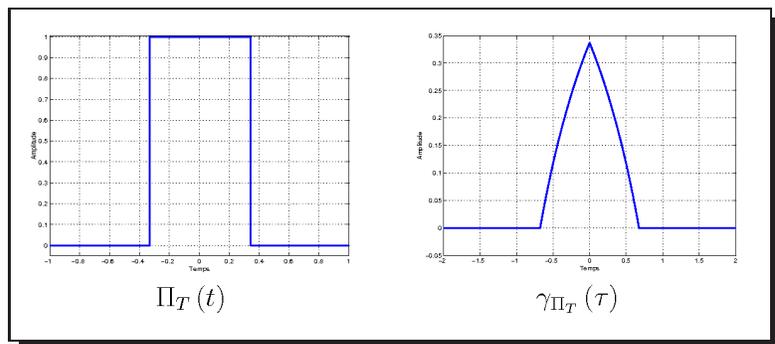


FIG. 1 – Autocorrélation d'une porte de largeur  $T$

Comme cette fonction mesure les dépendances internes du signal, cela est intéressant pour celui qui cherche un modèle du signal. En effet, si cette dépendance est très faible (l'autocorrélation décroît très vite) on peut faire l'hypothèse que les échantillons de ce signal sont indépendants. Inversement, les échantillons seront d'autant plus corrélés que cette fonction décroît lentement. C'est pour cela qu'un signal de bruit blanc

(indépendant) aura une autocorrélation égale à un pic de dirac. En résumé ces principales propriétés sont les suivantes :

- $C_f(\tau) = C_f^*(-\tau)$  -symétrie hermitienne- (i.e., pour un signal réel, elle est paire)
- $C_f(0) = P_f$  -La fonction d'autocorrélation pour le retard nul est simplement la puissance du signal.
- $|C_f(\tau)| \leq C_f(0)$  -inégalité de SCHWARZ-
- L'autocorrélation d'une fonction périodique est elle-même, périodique avec précisément la même période
- L'autocorrélation d'un bruit blanc est un pic de dirac. Cela montre qu'un enregistrement de bruit blanc à un certain moment n'est pas corrélé statistiquement à un enregistrement du même bruit blanc à un autre moment.
- L'autocorrélation de la somme de deux fonctions complètement non-corrélatives (la corrélation croisée est zéro pour tout le domaine de définition) est la somme des autocorrélations de chaque fonction séparément.

On rappelle aussi que l'autoconvolution est une autocorrélation dans lequel un des signaux est renversée dans l'espace. Inversement, l'autocorrélation peut donc se noter à partir d'une convolution de la façon suivante

$$C_f(\tau) \triangleq f(\tau) * f(-\tau) \xrightarrow{\mathcal{F}} F(\nu) F^*(\nu) = |F(\nu)|^2 \triangleq C_f(\nu) \quad (1)$$

avec  $|F|$ , le module de la TF de  $f$  et (en se souvenant que  $f(-\tau) \xrightarrow{\mathcal{F}} F^*(\nu)$ ).  $C_f(\nu)$ , la TF de la fonction d'autocorrélation, désigne la densité spectrale de puissance (DSP) (ou d'énergie) d'un signal. Vous avez déjà vu une application de cette DSP (i.e., de la TF de la fonction d'autocorrélation) dans le TP expliquant le filtre de Wiener. On retrouve aussi facilement la quatrième propriété énoncée plus haut, puisque par définition un bruit blanc est caractérisé par une DSP dont l'énergie spectrale est égale pour toute les fréquence, sa fonction d'autocorrélation est donc forcément un pic de dirac (cf. Eq. (1)).

## 2 Recherche de Cohérence

Une des application les plus intrigantes de la fonction d'autocorrélation a été dit précédemment. Un bruit parfait (i.e., blanc ou indépendant) possède, par définition, une fonction d'autocorrélation qui est un pic de dirac. Inversement tout message qui n'est *pas du bruit* et qui possède de la cohérence ou de l'information (donc envoyé par une intelligence même limitée) possède une fonction d'autocorrélation plus étalée qu'un pic de dirac. Ce principe simple est celui utilisé présentement pour le projet SETI.

Search for Extra-Terrestrial Intelligence, abrégé par SETI et que l'on peut traduire par *recherche d'une intelligence extraterrestre*, est un programme d'origine américaine qui date du début des années 1970 dont le but est de détecter les signaux qu'une intelligence extraterrestre pourrait émettre, volontairement ou non, depuis sa planète d'origine. Les projets analysent le spectre électromagnétique provenant de l'espace et essaient de détecter les signaux par opposition au bruit aléatoire. Le programme ne suppose pas forcément que ces extraterrestres essayent de nous contacter. Il essaie de repérer les ondes émises de manière intentionnelle ou non. De même, les ondes électromagnétiques émises de la Terre à chaque instant pourraient être détectées depuis l'espace sans que les humains cherchent pour autant à signaler leur présence. Ayant besoin d'énormes capacités de calcul, l'université de Berkeley a



FIG. 2 – Observatoire d'Arecibo (qui utilise une fraction de son temps pour le projet SETI) et programme SETI@home

développé un logiciel nommé SETI@home en 1999 consistant à utiliser les processeurs de milliers d'ordinateurs connectés à Internet afin d'analyser ces données. Les résultats de chaque calcul sont transmis à un serveur central qui se charge également de distribuer les tâches parmi les unités de calcul.

Le programme consiste simplement à calculer la fonction d'autocorrélation de ces ondes électromagnétiques (en passant dans le domaine fréquentiel donc en utilisant la FFT pour que ce calcul soit fait le plus rapidement possible) et d'étudier plus en détail les endroits de l'espace où l'autocorrélation de ces ondes est différente d'un pic de Dirac. En effet, certaines régions de l'espace où se trouvent par exemple des quasars émettent des ondes électromagnétiques périodiques et possèdent donc une fonction d'autocorrélation périodique avec un ensemble de pics de corrélation d'une certaine largeur pouvant faire penser à un message cohérent.

1. Programmer une fonction d'autocorrélation et calculer l'autocorrélation des signaux SIGNAL1.DAT, SIGNAL2.DAT, SIGNAL3.DAT, SIGNAL4.DAT et SIGNAL5.DAT. Afficher sur l'écran les 10 premières valeurs du résultat de l'autocorrélation et sauvegarder/visualiser les 10 et 100 premières valeurs du résultat de cette autocorrélation (si on visualise le graphe de la fonction d'autocorrélation avec toutes ses valeurs, il sera difficile, même avec un grossissement maximal, de savoir exactement quelles est le comportement de cette fonction aux valeurs proches de 0). Identifier parmi ces 5 signaux, le message intelligent et/ou le message issu du quasar.



FIG. 3 – Dans le film CONTACT (1997), Jodie Foster incarne le Dr. Ellie Arroway, une brillante astronome, rêvant depuis son plus jeune âge d'entrer en communication avec une intelligence extra-terrestre. Un jour, elle capte un signal cohérent en provenance de l'étoile de Vega dans lequel elle décode un message. Dans le film, l'astronome utilise des écouteurs pour savoir si le signal est cohérent (!), ce qui, techniquement, n'est pas possible. Dans la réalité et dans le programme SETI, cette recherche de cohérence se fait grâce à la Transformée de Fourier (FFT) et au calcul de la fonction d'autocorrélation.

### 3 Recherche de Périodicité

Comme on l'a déjà dit, l'autocorrélation permet aussi de détecter des régularités, des profils répétés dans un signal ou bien une fréquence fondamentale d'un signal qui ne contient pas effectivement cette fréquence fondamentale, mais l'implique avec plusieurs de ses harmoniques.

Pour donner un exemple de détection utile de fréquence fondamentale, on peut donner l'exemple de la reconnaissance de la parole et plus précisément de la reconnaissance du genre (masculin ou féminin) du locuteur et la reconnaissance des phonèmes<sup>1</sup>.

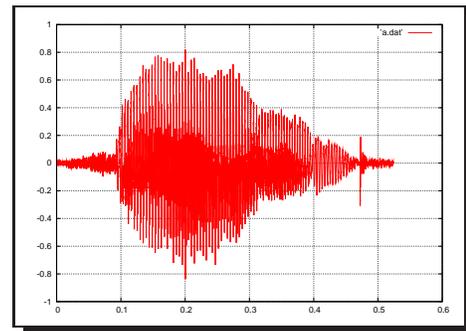


FIG. 4 – Fichier son A.DAT

<sup>1</sup>En phonologie un phonème est la plus petite unité discrète ou distinctive (c'est-à-dire permettant de distinguer des mots les uns des autres) que l'on puisse isoler par segmentation dans la chaîne parlée. Un phonème est en réalité une entité abstraite, qui peut correspondre à plusieurs sons. Les phonèmes comprennent, les voyelles ("a", "ou" "un", etc.) les consonnes, les semi-consonnes ("yeu", etc.) et les cas particuliers ("x", ou "y" : prononcé doublement, etc.).

Vous avez à votre disposition le fichier son A.DAT correspondant à un phonème (plus précisément une voyelle) prononcée par une voix inconnue. La fonction d'autocorrélation d'un tel signal (présentant des périodicités) contient des *maxima* qui se répètent à des intervalles réguliers lesquels sont en fait les multiples de la période du fondamentale. Le premier maximum correspond donc à la période du fondamentale recherché dont la connaissance permet de trouver le genre et le phonème prononcé par le locuteur.

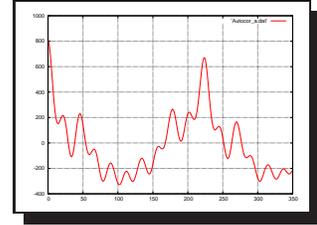


FIG. 5 – Fonction d'autocorrélation du signal A.DAT

1. Lire le fichier A.DAT (en utilisant la commande `ViewSig.sh a.dat`) et faites un gros plan sur une portion du signal où on distingue bien la nature périodique de ce signal.
2. Calculer la fonction d'autocorrélation de ce signal.
3. Faire une procédure algorithmique permettant de trouver le numéro d'échantillons correspondant au premier *maxima*. À partir de ce numéro d'échantillon, et en utilisant le taux d'échantillonnage donné lorsqu'on lit le fichier A.DAT, en déduire la fréquence du fondamentale de ce phonème prononcé. En utilisant le tableau 1, en déduire le genre du locuteur et le phonème prononcé.

TAB. 1 – Fréquences du fondamentale de quelques voyelles

Phonème	Fréquence du fondamentale	
	Homme	Femme
“a”	≈ 103	≈ 215 – 225
“e”	≈ 108	≈ 228 – 229
“i”	≈ 110	≈ 234 – 235
“o”	≈ 105	≈ 240 – 245
“u”	≈ 108	≈ 227 – 229

## 4 Analyse Spectro-Temporelle

Le spectrogramme est un diagramme associant à chaque instant  $t$  d'un signal, son spectre de fréquence. Les spectrogrammes sont utilisés principalement pour identifier des sons, comme des cris d'animaux et des sons d'instruments musicaux. Ils sont largement utilisés dans le domaine de la reconnaissance de la parole. Dans ce cas, ces spectrogrammes s'appellent aussi sonogramme. Dans son format le plus courant, l'axe horizontal représente le temps et l'axe vertical la fréquence. Chaque point à l'intérieur du graphique est doté d'une certaine intensité qui indique l'amplitude (souvent en décibels) d'une fréquence particulière à un temps donné. La façon la plus courante de calculer des spectrogrammes est de choisir un certain nombre de temps  $t_i$  et de calculer leur spectre de fréquence sur une fenêtre s'étendant de  $t_i - w/2$  à  $t_i + w/2$  où  $w$  est la taille de la fenêtre.

1. Réaliser un spectrogramme du fichier son A.DAT en utilisant  $w = 512$  et  $256 t_i$  régulièrement réparti sur le signal. Plus précisément, calculer le FFT sur  $w = 512$  échantillons de chaque fenêtre spectral centrée sur  $256 t_i$  régulièrement réparti sur le signal, et, pour chaque  $n$ -ième FFT, utiliser le log module de cette TF pour remplir la  $n$ -ième ligne d'une image (qui sera donc finalement de taille largeur= $w=256$  et de longueur 512).

NOTA : Utiliser uniquement le 1/8 des valeurs calculées par la FFT (le spectre est symétrique ; donc seulement la moitié de ces valeurs sont différentes et parmi ces derniers, on retient les 25% des coefficients de plus basses fréquences). Du coup, on se retrouve, dans notre cas, avec une image de taille de largeur 256 et de longueur 64.

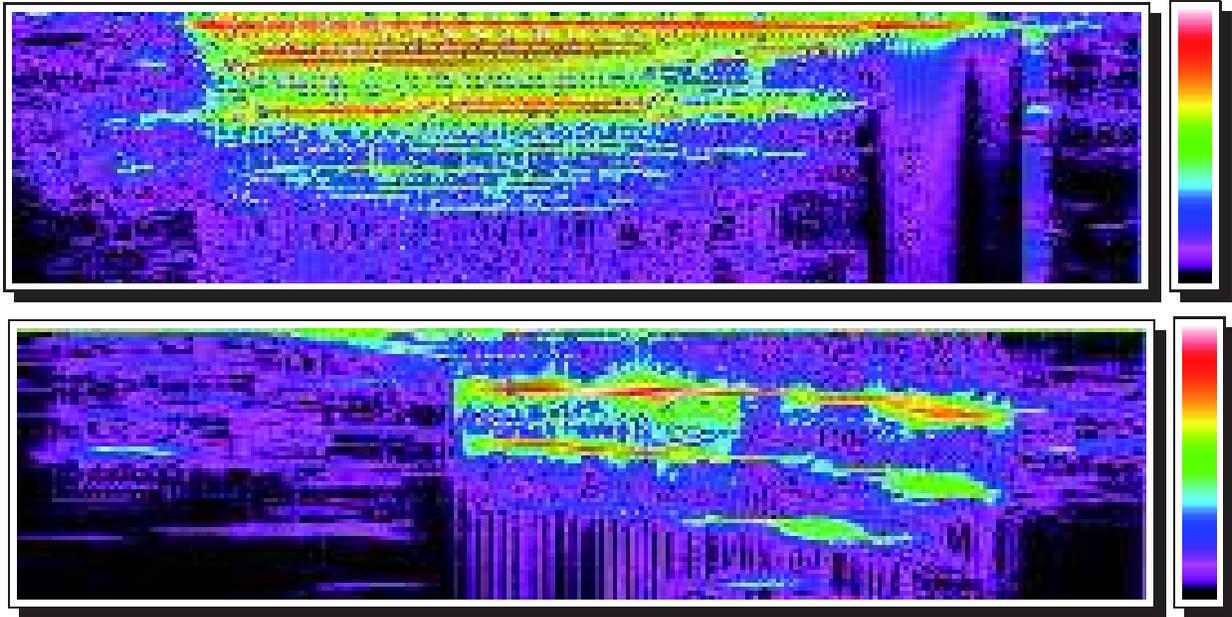


FIG. 6 – Sonogramme du fichier A.DAT et du fichier YESNO.DAT

## Logiciels Utilisés

Pour la conversion des signaux de parole ou de son (fichiers au format WAVE avec l'extension .wav) nous disposons sous Linux d'un logiciel libre qui permet d'enregistrer, de convertir ou d'éditer du son. Ce logiciel est le programme sox.

- Pour convertir un fichier Wave dans un format texte plus simple (qui sera plus facile à enregistrer puis à traiter par votre programme C) contenant une colonne pour la variable temporelle (échantillonnée régulièrement) et une colonne pour l'amplitude du signal, il faut taper sur la console la commande suivante

```
sox fichier.wav fichier.dat
```

Le fichier au format WAVE convertit en un fichier TEXTE aura alors la forme montrée ci-contre.

- Pour obtenir un fichier exploitable par nos programmes (visualisable par notre script VIEWSIG.SH et enregistrable dans un vecteur dans votre programme par la fonction LOADSIGNALDAT("FICHIER",&LENGTH), on enlève l'entête de ce fichier, i.e., les deux premières lignes dont la première indique le taux d'échantillonnage que l'on retiendra. Une fois enregistrée dans un vecteur dans votre programme par la fonction LOADSIGNALDAT("FICHIER",&LENGTH), et une fois traitée, puis enregistrée dans un fichier TEXTE par la fonction SAVESIGNALDAT("FICHIER TRAITÉ",VECTEURSIGNAL,LENGTH), on peut faire l'opération inverse, i.e., convertir ce fichier en un fichier au format WAVE en ajoutant une première ligne (à ce fichier) indiquant le taux d'échantillonnage (; SAMPLE RATE 8000 par exemple pour une période d'échantillonnage de  $T = 1/8000$  seconde) et ensuite taper sur la console la commande suivante

```
sox fichier.dat fichier.wav
```

Si votre ordinateur a une carte son, il pourra ainsi lire facilement ce fichier son au format WAVE ainsi créé.

```
; Sample Rate 8000
; Channels 1
0 0.00012207031
0.000125 9.1552734e-05
0.00025 3.0517578e-05
0.000375 0.00024414063
0.0005 0.00048828125
0.000625 0.00048828125
0.00075 0.00033569336
0.000875 0.00030517578
0.001 0.00033569336
0.001125 0.00021362305
0.00125 3.0517578e-05
0.001375 -6.1035156e-05
0.0015 -0.00018310547
0.001625 -0.00030517578
0.00175 -0.0002746582
0.001875 -0.0002746582
0.002 -0.00018310547
0.002125 -3.0517578e-05
```

## Remise & Rapport

Vous devez rendre électroniquement avec la commande *remise* le rapport et le(s) programme(s) fait en C (avant la date de remise spécifiée dans le fichier *bareme*) dans le répertoire TP<Numéro du Tp>. Les programmes devront se compiler et s'exécuter sur Linux tel qu'indiqué dans le barème. Le rapport (si celui-ci est demandé dans le fichier barème) doit être concis, clair et devra contenir (en plus des éléments et des discussions que vous jugerez importants), les réponses aux questions posées, les images/signaux résultats et les commentaires que l'on vous demande et que vous jugerez utile.