DIRO
IFT 3205

TRAVAIL PRATIQUE

Filtre de Wiener

Max Mignotte

DIRO, Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle.
http : //www.iro.umontreal.ca/∼mignotte/ift3205
e-mail : mignotte@iro.umontreal.ca

1 Modèle de Dégradation

La formation et l'enregistrement des images entrainent des dégradations plus ou moins importantes (sur celles-ci) qui se manifestent d'une part :

– par un flou plus ou moins prononcé (provenant des défauts/mauvais réglage des optiques, d'un mouvement, des turbulences atmosphériques, etc.) et modélisé sous la forme d'un filtrage spatial linéaire de type passe-bas (qui va supprimer ou atténuer certaines fréqences spatiales elevées de l'image non dégradée)
– et d'autre part par un bruit inhérent à tout dispositif électronique ou provenant directement des conditions de prise de vues, et de natures multiples (bruit d'amplification ou thermique des appareils électroniques, pollution lumineuse, poussières sur les optiques, etc.), dépendant ou indépendant du signal et additif ou multiplicatif.

Le modèle de dégradation le plus connue est celui qui ajoute à l'image rendue floue, un bruit additif gaussien indépendant du signal suivant le modèle linéaire de dégradation suivant (cf. cours) :

$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y) + n(x, y),$$

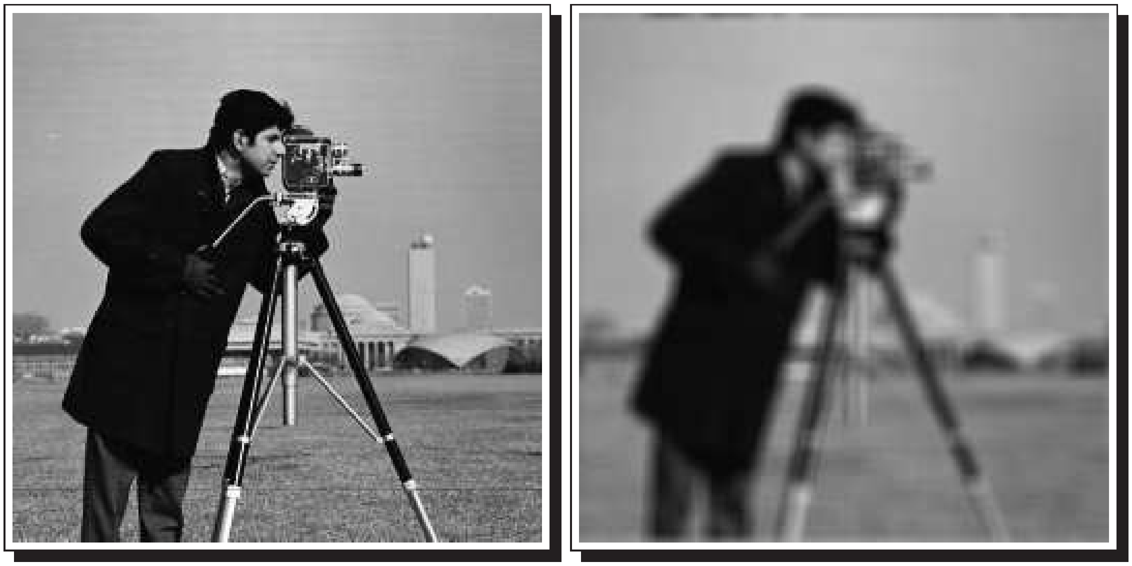
dans lequel $f(x, y)$ représente l'image originale, $g(x, y)$ l'image convoluée (i.e., floue) et bruité, et $h(x, y)$[1] la fonction floue (ou PSF), et $n(x, y)$[2] représente le bruit additif gaussien et où $*$ désigne l'opérateur de convolution discret. Retrouver $f(x, y)$ s'appelle ici une **restauration**. Dans le cas ou $n(x, y)$ est nul, le processus qui permet de retrouver l'image originale à partir de l'image floue (mais non bruitée) s'appelle une **déconvolution**[1] (ou *deblurring* en anglais). Dans le cas où $n(x, y)$ est non nul mais que $h(x, y) = \delta$ (*i.e.,* $g(x, y)$ est bruitée mais non floue), retrouver $f(x, y)$ à partir de $g(x, y)$ s'appelle une opération de **débruitage** (ou *denoising* en anglais).

2 Filtre de Wiener

Le filtre de Wiener est un filtre de restoration qui recherche le filtre w qui, appliquée à l'image dégradée g (donc $w * g = \hat{f}$), de retrouver une image restorée $\hat{f}$ la plus proche possible de f. Dans cette approche, on recherche donc w qui minimise

$$< \sum_{x,y} \big|\hat{f}(x, y) - f(x, y)\big|^2 >$$

[1]En pratique, on doit préalablement estimer ce flou à partir de l'image originale avant de réaliser toute déconvolution ou restauration. Dans ce TP, on supposera cette fonction de flou connue.



(a) (b)

FIG. 1 – *(a) Image originale* **cameraman.pgm**. *(b) Image convoluée avec un flou uniforme 9*9 et dégradée par du bruit gaussien de variance* σ^2=0.5.

où l'espérance $< . >$ est prise sur toute les réalisations possibles du bruit. D'après l'égalité de Parseval et la transformation des convolutions en produits par la TF, minimiser cette expression revient à minimiser

$$\min_W \sum_{u,\nu} \big| W(u,\nu)\, H(u,\nu)\, F(u,\nu) + W(u,\nu)\, N(u,\nu) - F(u,\nu) \big|^2$$

$$\begin{aligned}\min_W \sum_{u,\nu} & \big| W(u,\nu)\, H(u,\nu) - 1 \big|^2 \big| F(u,\nu) \big|^2 + \big| W(u,\nu) \big|^2 \big| N(u,\nu) \big|^2 \\ & + (W(u,\nu) H(u,\nu) - 1) F(u,\nu) W^\star(u,\nu) N^\star(u,\nu) \\ & + (W^\star(u,\nu) H^\star(u,\nu) - 1) F^\star(u,\nu) W(u,\nu) N(u,\nu)\end{aligned}$$

$$\min_W \sum_{u,\nu} \big| W(u,\nu)\, H(u,\nu) - 1 \big|^2 \big| F(u,\nu) \big|^2 + \sigma^2 \big| W(u,\nu) \big|^2$$

où G, H, F, W, N sont les TF discrètes respectifs de g, h, f, w, n et * désigne le conjugué du complexe. En dérivant par rapport au complexe W, on trouve

$$0 \;=\; H(u,\nu) \Big(W(u,\nu) H(u,\nu) - 1 \Big)^\star \big| F(u,\nu) \big|^2 + \sigma^2 W^\star(u,\nu)$$

$$\boxed{W(u,\nu) \;=\; \frac{H^\star(u,\nu)}{|H(u,\nu)|^2 + \frac{\sigma^2}{|F(u,\nu)|^2}}}$$

Puisque l'on ne connait pas la densité spectrale $|F(u,\nu)|^2$ (puisque $F(u,\nu)$ étant précisement la densité spectrale de l'image non dégradé que l'on recherche), on approxime cette densité par $|G(u,\nu)|^2$ (i.e., la densité spectrale de l'image dégradée) et finalement, le filtrage de Wiener consiste (à partir de $g(x,y)$, l'image dégradée) à réaliser l'opération spectrale suivante

$$\hat{F}(u,\nu) \;=\; G(u,\nu)\left[\frac{H^{\star}(u,\nu)}{|H(u,\nu)|^2 + \frac{\sigma^2}{|G(u,\nu)|^2}}\right]$$

1. Dégrader l'image originale **cameraman.pgm** avec un flou uniforme 9*9[1] et dégradée ensuite l'image rendue floue par du bruit blanc additif gaussien de variance σ^2=0.5.
2. Programmer ce filtre de Wiener sur l'image dégradée ($g(x,y)$) et, après l'application de ce filtre, calculer l'ISNR du résultat obtenu (i.e., l'image restaurée $\hat{f}(x,y)$). l' ISNR va en fait mesurer la qualité de la restauration obtenue (valeur d'autant plus négative que la méthode de restauration dégrade encore plus l'image dégradée, et d'autant plus positive que celle ci restaure l'image dégradée).

$$\text{ISNR} = 10\log_{10}\left(\frac{\sum_{x,y}\big(f(x,y)-g(x,y)\big)^2}{\sum_{x,y}\big(f(x,y)-\hat{f}(x,y)\big)^2}\right) \quad \text{(en db)}$$

3 Filtre de Wiener Itératif

Précédement, la densité spectrale $|F(u,\nu)|^2$ de l'image recherchée a été approximée par la densité spectrale de l'image dégradée $|G(u,\nu)|^2$. Afin d'obtenir une meilleure approximation, dans le but d'obtenir une meilleure image restaurée, une procédure itérative de type "point fixe" à été proposée et consiste à résoudre le problème de restauration par l'approche itérative suivante :

$$\hat{F}^{[n+1]}(u,\nu) \;=\; G(u,\nu)\left[\frac{H^{\star}(u,\nu)}{|H(u,\nu)|^2 + \frac{\sigma^2}{|\hat{F}^{[n]}(u,\nu)|^2}}\right]$$

avec $F^{[0]}(u,\nu) = G(u,\nu)$ et dans laquelle les exposants indiquent l'itération.

1. Réaliser une restauration de l'image **cameraman.pgm** floue et bruitée par la technique du filtre itératif de Wiener et calculer pour chacune des itérations de ce filtre itératif, l'ISNR obtenu (itérations comprises entre 0 et 20 par exemple).

[1] Le flou uniforme 2D est utilisé dans beaucoup de simulations de restauration d'images. Ce modèle de flou est celui, par exemple, qui approxime une erreur de mise au point d'appareils optiques (appareil photographique, caméra, télescope, etc.). La réponse impulsionnelle de cette dégradation peut s'exprimer par la relation suivante :

$$h(x,y) \;=\; \begin{cases} \frac{1}{L^2} & \text{si } -\frac{L}{2} \le x,y \le \frac{L}{2}, \\ 0 & \text{autrement.} \end{cases}$$

1

Conseils Importants

1. Dans le calcul du dénominateur de filtre de Wiener, le σ^2 (variance du bruit) doit être divisé par (length*width) (longueur et largeur de l'image) à cause de la conservation de l'énergie dans les deux espaces. En effet la DSP ou l'énergie du bruit Gaussien dans le domaine spectral, et intégré sur toute l'image, est σ^2. La constante de cette densité spectrale (DSP) est donc σ^2 divisée par la taille de l'image (longueur $\times$ largeur).
2. Pour faire $h(x,y)$ (nécessaire pour faire ensuite $H(u,\nu)$), n'oubliez pas de créer cette fonction de floue (porte de largeur 9×9 pixels) en utilisant le centre informatique. Il faut ensuite normaliser cette fonction pour que la somme des pixels de $h(x,y)$ soit égale à (longueur x largeur) de l'image (même raison que précédemment).
3. Après chaque iteration du filtre de Wiener itératif (après chaque image restorée obtenue à chaque itération) faire une fonction ou une procédure qui mettra à zero toute les pixels de l'image restorée qui sont devenus inférieur à zéro et qui mettra à 255 tous les pixels dont le niveaux de gris est devenu supérieur à 255 (cette contrainte atténue le bruit numérique et de calcul et améliore un peu les résultats).

FIG. 2 – *Image dégradée (flou uniforme 9*9 + bruit gaussien $\sigma^2 = 0.5$). Image restorée par le Filtre de Wiener itératif (20 itérations), ISNR=4.12 dB.*

2

Remise & Rapport

Vous devez rendre électroniquement le(s) programme(s) fait en C avant la date de remise spécifiée dans le fichier *barême* situé sur la page web du cours. Pour la remise électronique, utilisez le programme *remise* (*man remise* pour plus de détails) pour remettre votre code dans le répertoire TP<Numéro du Tp>. N'oubliez pas d'inscrire vos noms, courrier électronique en commentaire en haut du fichier .c remis. Les noms des programmes à remettre devront avoir le format suivant *Tp<Numro du Tp>-IFT3205-<Numéro de la question>.c*. Les programmes devront se compiler et s'executer sur Linux tel qu'indiqué dans le barême.