



DIRO
IFT 3205

TRAVAIL PRATIQUE

Intercorrélation - Interspectre (2)

Max Mignotte

DIRO, Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle.

[http : //www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift3205](http://www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift3205)

e-mail : mignotte@iro.umontreal.ca

1 Introduction

Ce TP peut être vu comme la suite du TP Intercorrélation - Interspectre (1) et consistera à étudier d'autres applications, en traitement du signal, utilisant la fonction d'intercorrélation. On rappelle que la fonction d'intercorrélation est un outil important permettant de mesurer la ressemblance entre deux signaux. En supposant que f et g sont des signaux réels uni-dimensionnel dans le domaine temporel, si on prend la correspondance $\tau \stackrel{\mathcal{F}}{\rightleftharpoons} \nu$, la fonction d'intercorrelation C_{fg} est définie par

$$C_{fg}(\tau) \triangleq \int f(t)g(t - \tau) dt = f(\tau) * g(-\tau) \stackrel{\mathcal{F}}{\rightleftharpoons} F(\nu) G^*(\nu) \triangleq C_{fg}(\nu)$$

2 Filtrage Adapté

Le principe du sonar (acronyme anglais de SOund NAvigation and Ranging) désigne un système de détection fondé sur la réflexion des ondes sonores en milieu marin. Ce système est analogue à l'échographie et aussi au radar (acronyme anglais de RAdio Detection and Ranging), qui est fondé sur la réflexion des ondes radio en milieu aérien.

Plus simplement, un système sonar émet généralement des impulsions ultrasonores de courte durée grâce à un appareil situé sur (ou dans) la coque et reçoit les ondes (bruitées) réfléchies par les obstacles (fond marin, bateau, baleine, mine, etc.) à l'aide d'un capteur sensible. Parmi les sonar, on distingue

1. le sonar actif dans lequel la mesure de l'azimut et de la distance d'un contact peut se faire en émettant dans l'eau une impulsion sonore puis écoutant l'écho de cette impulsion réfléchi par le contact. Le temps entre l'émission de l'impulsion et le retour de l'écho donne la distance du contact, puisque la vitesse du son dans l'eau est connue. La direction d'où vient l'écho donne l'azimut du contact. Le sonar actif n'est jamais utilisé par les sous-marins en temps de guerre car il trahit leur présence et leur position.

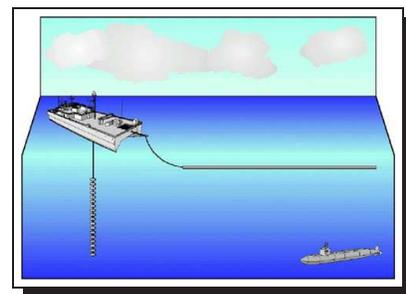
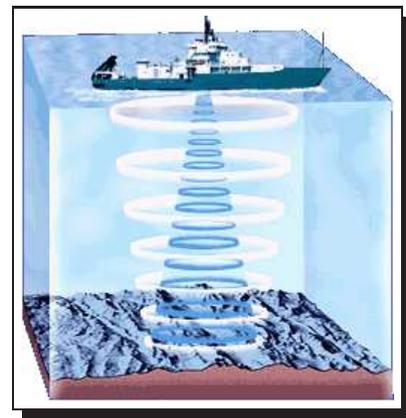


FIG. 1 – Sonar actif et passif

2. Le sonar passif, par contre ne fait qu'écouter et n'émet rien dans l'eau. Parfaitement discret bien que moins précis, ce sonar est obligé de procéder à des phases d'écoute en des points différents du sous marin ou grâce à deux sondes (cf. Fig. 1). Le temps de retard entre ces deux points d'écoute plus une opération dite de triangulation permet de localiser exactement la cible.

Le signal le plus simple que peut émettre un sonar (ou un radar à impulsion) est un train de signaux sinusoidaux, d'amplitude 1 et de fréquence f_0 tronqué par une fonction porte de longueur T , se répétant identiquement à eux mêmes à une certaine période qui nous interesse peu ici. On considère ici une seule impulsion s . A supposer que cette impulsion est émise à la date $t = 0$, le signal s'écrit analytiquement de la manière suivante, en notation complexe :

$$s(t) = \begin{cases} \exp(2\pi j f_0 t) & \text{si } 0 \leq t < T \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Le signal qui revient vers le sonar, noté $r(t)$ est une copie retardée et atténuée et bruitée (par du bruit additif blanc Gaussien) du signal émis (il est aussi déphasé, mais on laissera cela de coté). Pour détecter le retard du signal émis dans le signal reçu, on va utiliser le principe du **filtrage adapté** qui est optimal au sens du rapport signal sur bruit² lorsqu'on veut détecter un signal connu noyé dans du bruit blanc Gaussien.

Concrètement, le filtrage adapté consiste à calculer l'intercorrélation du signal reçu avec le signal émis (opération qui peut se faire en restant dans le domaine spatial ou en passant dans le domaine fréquentiel). Supposons que le signal réfléchi revient à la date t_r , est atténué d'un facteur K et additionné d'un bruit additif blanc Gaussien $B(t)$, on a :

$$r(t) = \begin{cases} K \cdot \exp[2\pi j f_0(t - t_r)] + B(t) & \text{si } t_r \leq t < t_r + T \\ B(t) & \text{sinon} \end{cases}$$

Le calcul de l'intercorrélation entre $r(t)$ et $s(t)$ donne

$$C_{rs}(t) = K \cdot \Lambda\left(\frac{t - t_r}{T}\right) \cdot \exp(2\pi j f_0(t - t_r)) + B'(t)$$

où $B'(t)$ est le résultat de l'intercorrélation du bruit avec le signal émis, et qui reste un bruit blanc gaussien de même variance que $B(t)$ car il n'est pas corrélé avec le signal émis. La fonction Λ est la fonction triangle. Dans cette expression on voit clairement que le retard du signal émis dans le signal reçu, i.e. t_r est le maximum de cette fonction d'intercorrélation.

1. Dans ce qui suit, on dispose du fichier signal SINUSEMIS1.DAT qui est l'onde sinusodale tronquée émise par le sonar et le signal SINUSRECU0.DAT et SINUSRECU1.DAT qui sont respectivement le signal de

²Le rapport signal sur bruit désigne la qualité d'une information par rapport aux parasites. Plus précisément, il désigne le rapport entre la grandeur d'un signal (information utile, significative) et celle du bruit (information inutile, non significative) comme étant l'énergie du signal sans bruit sur l'énergie du bruit. On l'exprime souvent en décibels en considérant $10 \log_{10}$ de ce quotient.

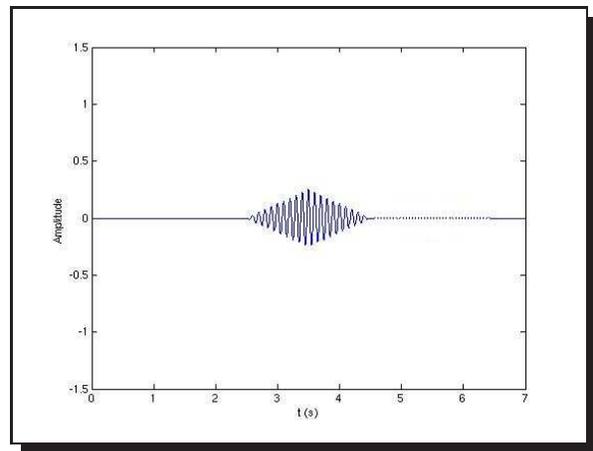


FIG. 2 - C_{rs} avec $B'(t) = 0$

l'onde réfléchi par la cible (1 écho) non bruitée et bruitée. Lire et visualiser le fichier signal SINUSEMIS1.DAT et le fichier SINUSRECU0.DAT et SINUSRECU1.DAT. En vous servant d'une FFT, montrer qu'un signal sinusoïdal se cache effectivement dans SINUSRECU1.DAT.

2. Réaliser une intercorrélation dans le domaine fréquentiel entre
 - (a) SINUSEMIS1.DAT et SINUSRECU0.DAT
 - (b) SINUSEMIS1.DAT et SINUSRECU1.DAT
3. Faire une intercorrélation dans le domaine spatial entre SINUSEMIS1.DAT et SINUSRECU1.DAT et une procédure algorithmique permettant d'indiquer le numéro d'échantillon ou la fonction d'intercorrélacion est maximum et indiquer dans le rapport ensuite théoriquement comment on pourrait passer de ce numéro d'échantillons au temps de retard t_r que l'on recherche en sachant T_e , la période d'échantillonnage.
4. On dispose maintenant de SINUSRECU2.DAT qui est le signal de l'onde réfléchi par la cible (1 écho) très bruitée (beaucoup plus que SINUSRECU1.DAT).
 - (a) Faire l'intercorrélacion dans l'espace de votre choix entre le signal SINUSEMIS1.DAT et SINUSRECU2.DAT
 - (b) Arrive t-on à distinguer le même maximum que précédemment ?
 - (c) Calculer numériquement le RSB de SINUSRECU1.DAT et SINUSRECU2.DAT en dB et celui de l'intercorrélacion de SINUSEMIS1.DAT et de SINUSRECU2.DAT

Imaginons maintenant qu'il y ait, pour un même signal émis, plusieurs cibles à des profondeurs différentes, donc plusieurs échos, par exemple décalés de 3 et 5 secondes respectivement et d'amplitude 0.5 et 0.3 (la deuxième étant plus atténuée que la première cible car étant plus loin). L'intercorrélacion entre le signal émis et le signal reçu avec ces deux échos vaudra la somme des deux intercorrélacions (système linéaire) de ces deux signaux élémentaires. Pour reconnaître l'enveloppe "triangle" (et donc son maximum) d'une impulsion de l'autre enveloppe "triangle", on voit que les temps d'arrivées de ceux-ci doivent être séparés d'au moins T (i.e., la largeur de la porte tronquant le signal émis de départ) afin de pouvoir distinguer le sommet de l'un du sommet de l'autre. Si le temps d'arrivée est séparé de moins de T , les deux triangles seront combinés et impossible à séparer. Ce pouvoir de discriminer deux cibles situés à deux distances différentes est ce qu'on appelle la résolution du sonar. Pour augmenter la résolution du sonar, il faut diminuer la durée T de l'impulsion de départ.

L'énergie (ou la variance, puisque le signal est centrée) du signal reçu est $E = K^2T/2$ et l'énergie (ou variance pour les signaux aléatoires) est σ^2 , le rapport signal sur bruit (RSB), est donc $RSB = K^2T/2\sigma^2$. Pour que le RSB reste fort (i.e., pour que la détection reste fiable), il faut une impulsion suffisamment longue (T), mais un T trop long va à l'encontre du pouvoir de résolution du sonar. Une solution à ce problème est apportée à la question suivante.

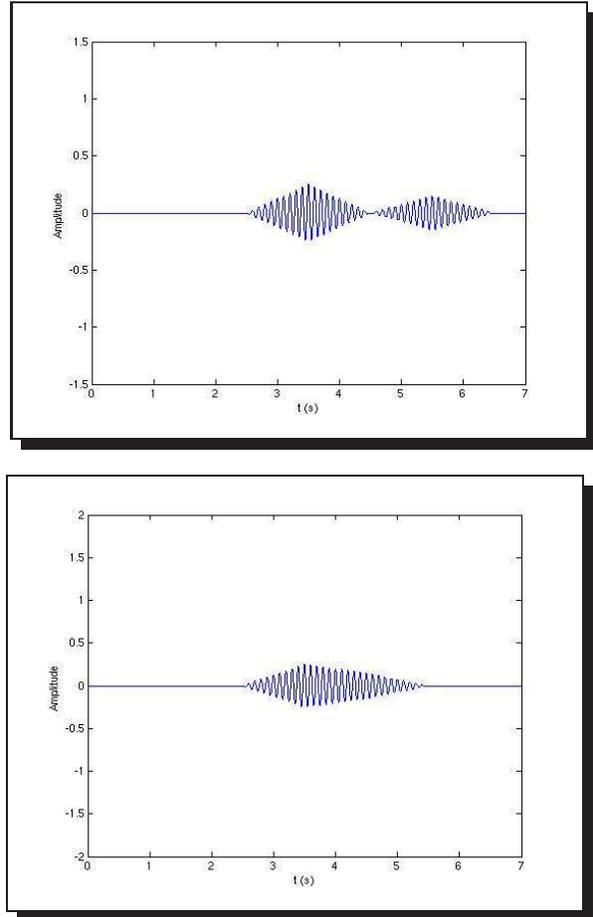


FIG. 3 – Echos distinguable et confondus après intercorrélacion

3 Compression d'Impulsion

Une solution pour avoir une impulsion de durée T suffisamment longue (afin de conserver une bonne énergie/détection à la réception) sans pour autant avoir une résolution trop mauvaise est apportée par la technique dite de **compression d'impulsion**. Son principe consiste à travailler avec un signal dont le support temporel est relativement long mais dont le support de l'autocorrélation reste faible. Dans les applications radar ou sonar, le chirp linéaire est souvent le signal utilisé pour réaliser cet objectif.

Si le signal est de durée T , débute à $t = -T/2$ (pour simplifier les calculs) et balaie la bande $\Delta f/2$ centrée sur f_0 , ce signal s'écrit

$$s_c(t) = \begin{cases} \exp\left\{2\pi j\left(f_0 + \frac{\Delta f}{2T} \cdot t\right)t\right\} & \text{si } -\frac{T}{2} \leq t < \frac{T}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

On montre que la fonction d'autocorrélation de s_c , qui en fait est égale, à une atténuation d'un facteur K près et à une translation près à l'intercorrélation entre ce chirp et le signal reçu, vaut

$$C_{s_c}(t) = T \Lambda\left(\frac{t}{T}\right) \cdot \text{sinc}\left\{\pi \Delta f \cdot t \cdot \Lambda\left(\frac{t}{T}\right)\right\} \cdot \exp(2\pi j f_0 t)$$

Le maximum de cette fonction d'autocorrélation est atteint en 0 et autour de ce point, elle se comporte comme le terme en sinc dont la largeur temporelle du pic principal est $T' \approx 1/\Delta f$. Tout ce passe donc, comme si après compression d'impulsion, on avait la résolution d'une impulsion de durée T mais plus petite que T (pour $\Delta f > 1$, ce qui justifie le nom de compression d'impulsion. Le rapport $T/T' = T\Delta f$ est le rapport de compression, généralement de l'ordre de 20 ou 30. L'énergie du signal n'a pas varié pendant la compression d'impulsion. Toutefois, elle se trouve à présent localisée dans le pic principal du sinc de largeur $T' \approx 1/\Delta f$ et non plus sur une largeur T comme précédemment ; le gain en RSB, après filtrage est donc de $T\Delta f$ ou du facteur de compression.

1. Augmentation du RSB

Dans ce qui suit, on dispose du fichier signal CHIRPEMIS1.DAT qui est le chirp linéaire émis par le sonar et le signal CHIRPRECU0.DAT et CHIRPRECU2.DAT qui sont respectivement le signal de l'onde réfléchie par la cible (1 écho) non bruitée et bruitée (bruit de même variance que SINUSRECU2.DAT).

- Faire l'intercorrélation dans le domaine de votre choix entre le signal CHIRPEMIS1.DAT et le fichier CHIRPRECU2.DAT et calculer numériquement le rapport signal sur bruit de CHIRPRECU2.DAT. Arrive t-on maintenant à distinguer dans le cas du chirp, un maximum fiable de la fonction d'intercorrélation ?

2. Augmentation de la Résolution

- Faire l'intercorrélation entre le signal SINUSEMIS1.DAT et le signal SINUSRECU2ECHOS.DAT sur lequel il y a deux échos rapprochés.
- Faire l'intercorrélation entre le le signal CHIRPEMIS1.DAT et le signal CHIRPRECU2ECHOS.DAT sur lequel il y a ces deux mêmes échos rapprochés et le même bruit que précédemment.

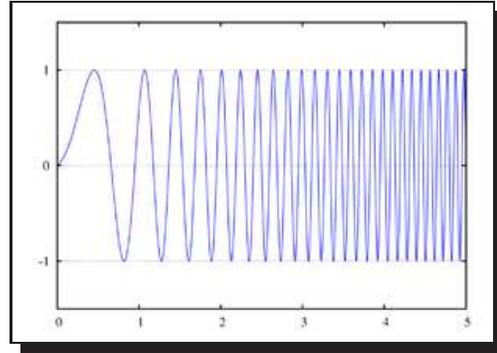


FIG. 4 – Chirp linéaire

