



DIRO  
IFT 6150

# TRAITEMENT D'IMAGES

## OPÉRATIONS PONCTUELLES

*Max Mignotte*

Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle.

Http : [//www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift6150](http://www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift6150)

*E-mail : [mignotte@iro.umontreal.ca](mailto:mignotte@iro.umontreal.ca)*

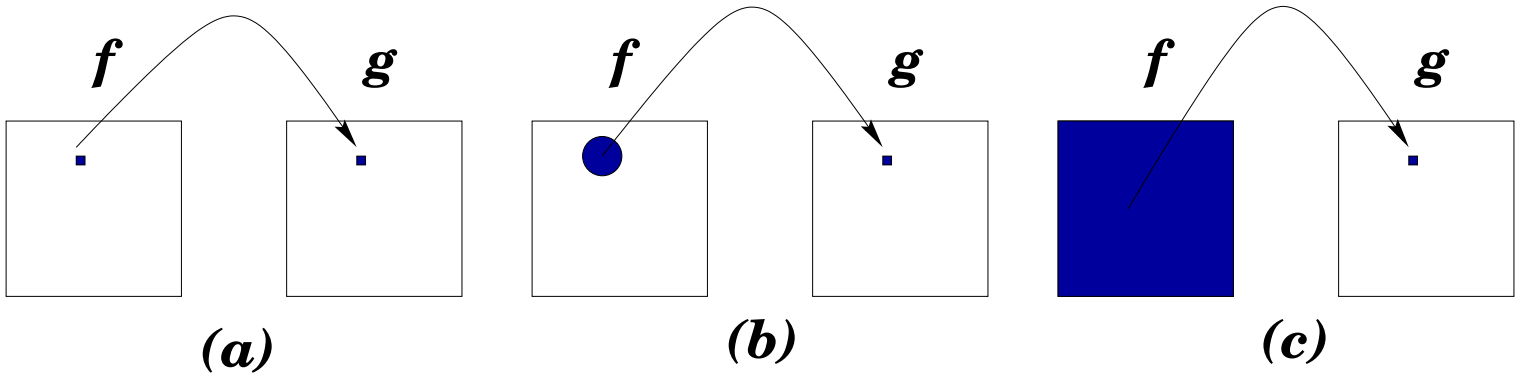
# OPÉRATIONS PONCTUELLES

## SOMMAIRE

Introduction .....	2
Moyenne et Contraste .....	3
Histogramme des Niveaux de Gris .....	5
Amélioration du Contraste .....	7
Spécification de l'Histogramme .....	16
Opération Algébriques entre Images .....	17

# OPÉRATIONS PONCTUELLES

## INTRODUCTION



- (a) **Opération Ponctuelle** ▶  $g(x_0, y_0) = T[f(x_0, y_0)]$   
(b) **Opération Locale** ▶  $g(x_0, y_0) = T[f(V(x_0, y_0))]$   
 $V(x_0, y_0)$  : Voisinage du point  $(x_0, y_0)$   
(c) **Opération Globale** ▶  $g(x_0, y_0) = T[f(x, y)]$

### Note

$T(\cdot)$  est quelconque (linéaire, non-linéaire, monotone, non monotone, etc.) mais est la même pour tous les points de l'image

### OPÉRATIONS PONCTUELLES



Modification de la Moyenne (ou Brillance, Luminance) et du Contraste de l'image

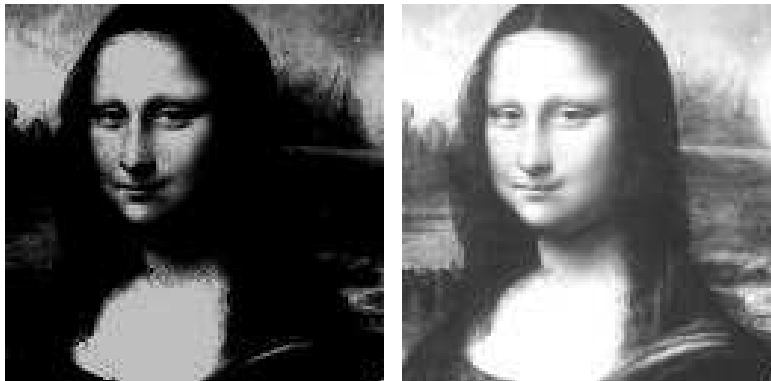
# OPÉRATIONS PONCTUELLES

## MOYENNE ET CONTRASTE (1)

### Moyenne

La Moyenne (ou Luminance, Brillance) d'une image est définie comme étant la moyenne des pixels dans l'image  $f(x, y)$

$$\text{Moy} = \frac{1}{NM} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} f(x, y)$$



### Contraste

Le Contraste ( $C$ ) dans une image peut être définie de plusieurs façon

- Écart-type des variations des niveaux de gris dans l'image

$$C = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} (f(x, y) - \text{Moy})^2}$$

# OPÉRATIONS PONCTUELLES

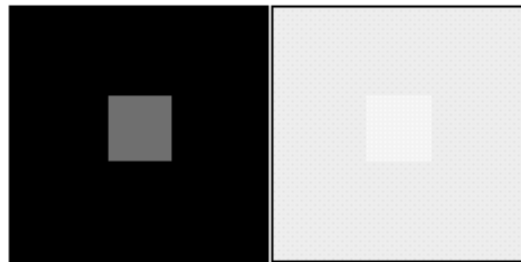
## MOYENNE ET CONTRASTE (2)

- Variation entre valeurs de niveaux de gris min et max dans l'image

$$C = \frac{\max[f(x, y)] - \min[f(x, y)]}{\max[f(x, y)] + \min[f(x, y)]}$$

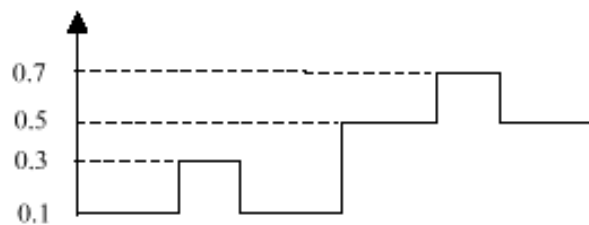
- Mesure *relative* des différences dans l'image

$$C = \left| \frac{I_p - I_n}{I_n} \right|$$



$$C = \frac{|0.3 - 0.1|}{0.1} = 2$$

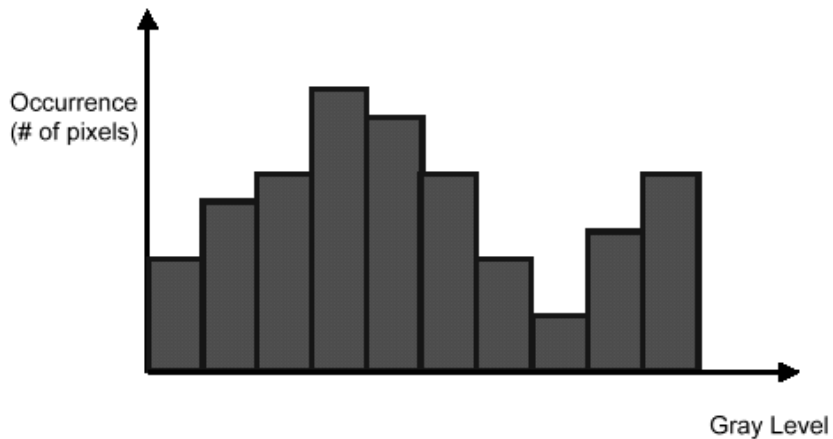
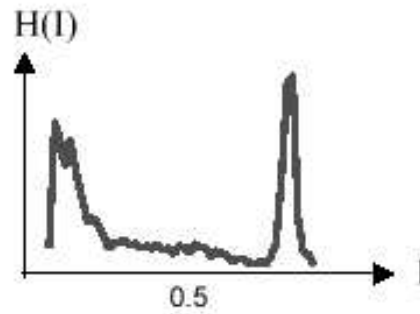
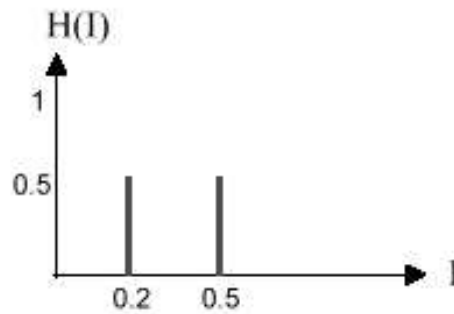
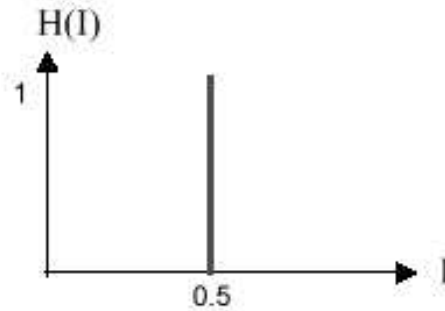
$$C = \frac{|0.7 - 0.5|}{0.5} = 0.4$$



# OPÉRATIONS PONCTUELLES

## HISTOGRAMME DES NIVEAUX DE GRIS (1)

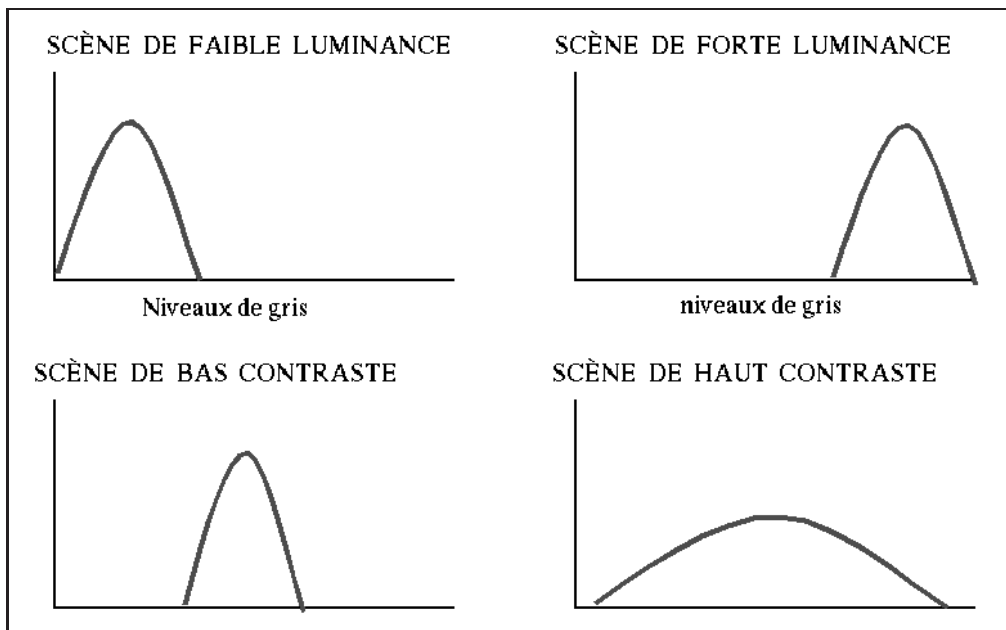
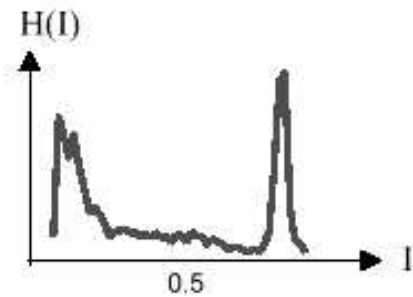
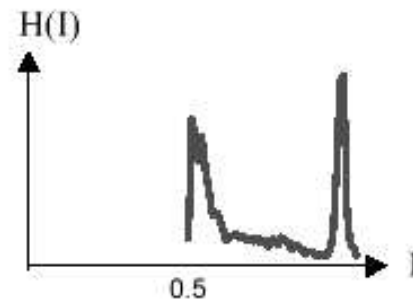
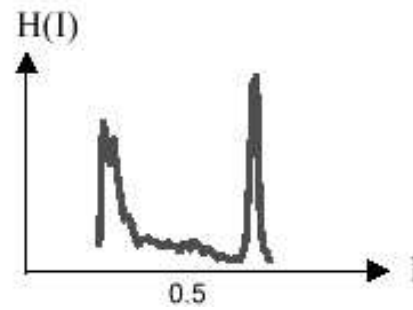
- L'Histogramme d'une image représente le nombre (ou la proportion) de pixels en fonction du niveau de gris dans l'image, i.e., la distribution des valeurs de niveaux de gris dans une image



# OPÉRATIONS PONCTUELLES

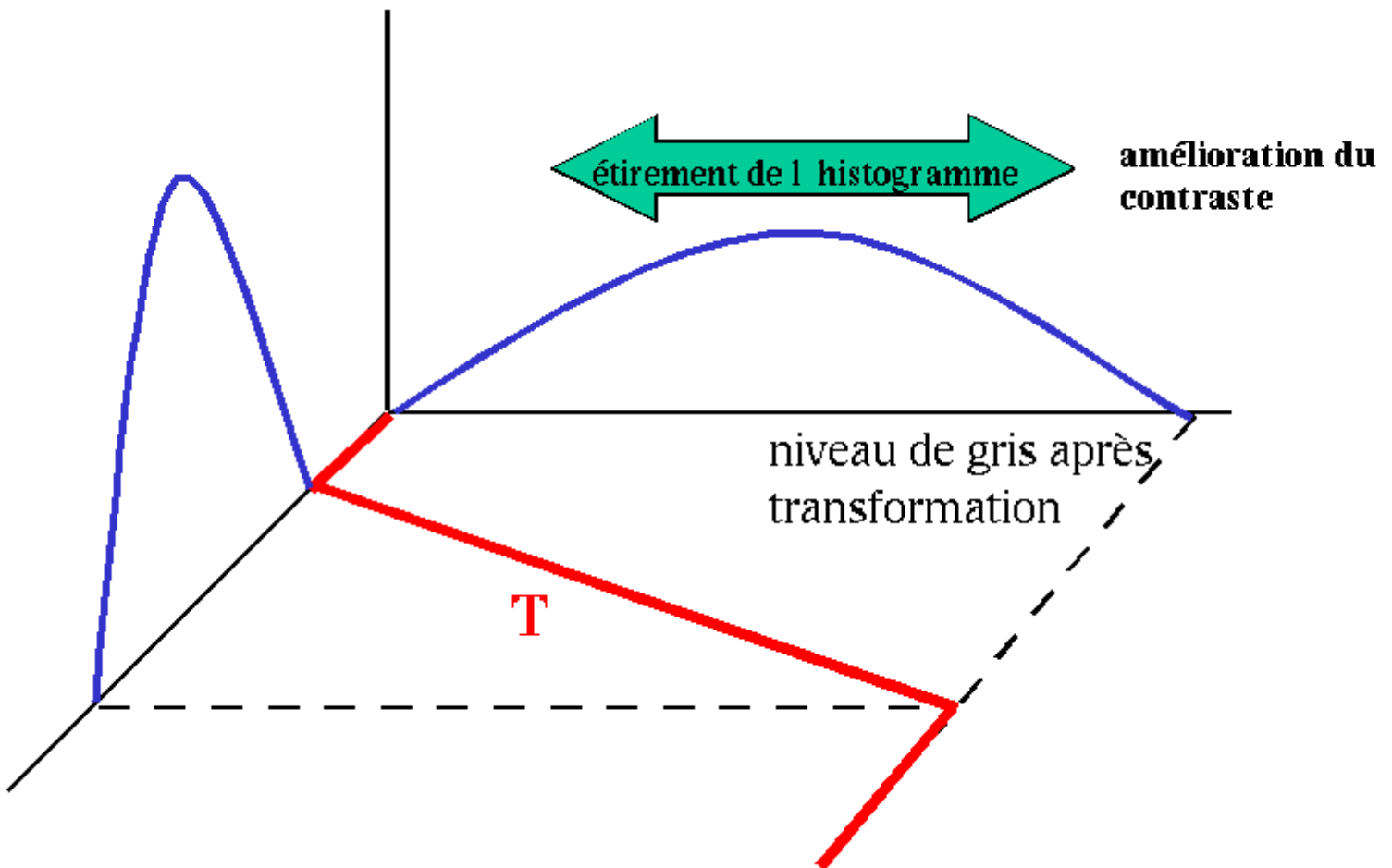
## HISTOGRAMME DES NIVEAUX DE GRIS (2)

### Exemples



# OPÉRATIONS PONCTUELLES

## AMÉLIORATION DU CONTRASTE (1)



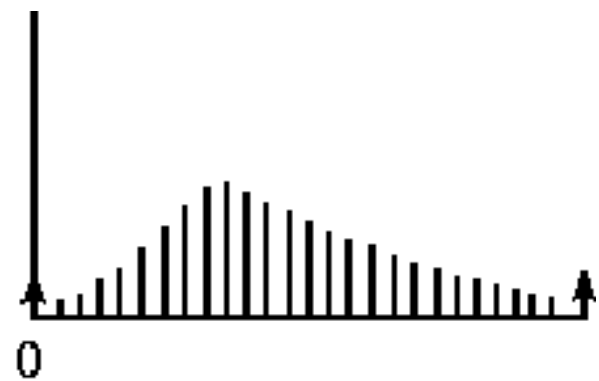
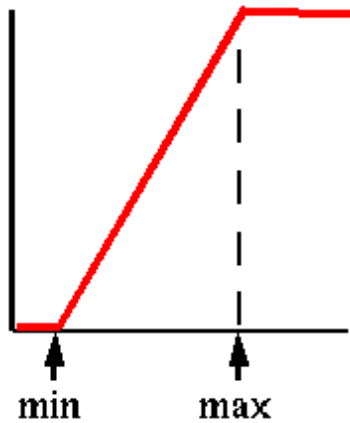
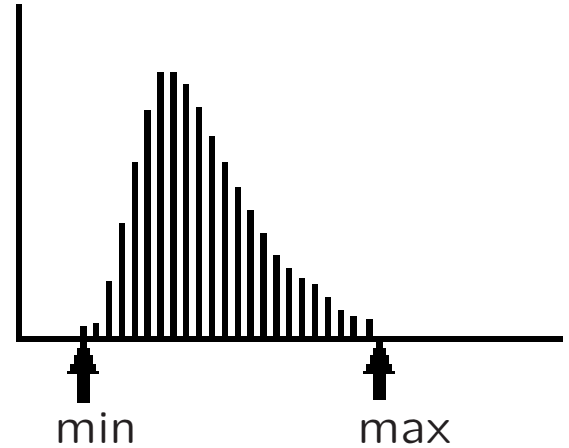
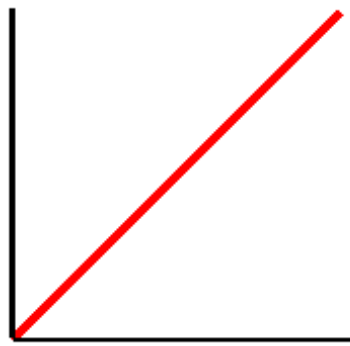
- Transformation Linéaire
- Transformation Linéaire avec Saturation
- Transformation Linéaire par Morceau
- Égalisation de l'Histogramme



# OPÉRATIONS PONCTUELLES

## AMÉLIORATION DU CONTRASTE (2)

### Transformation Linéaire



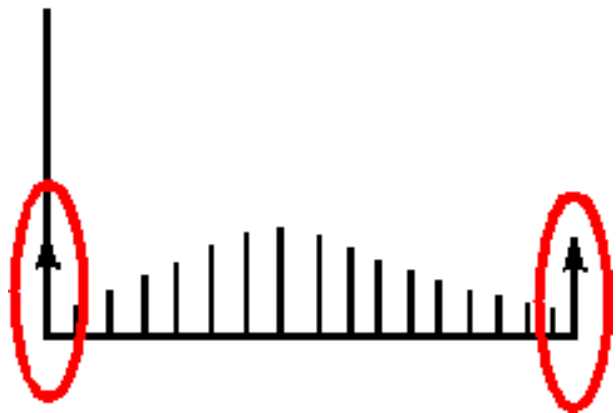
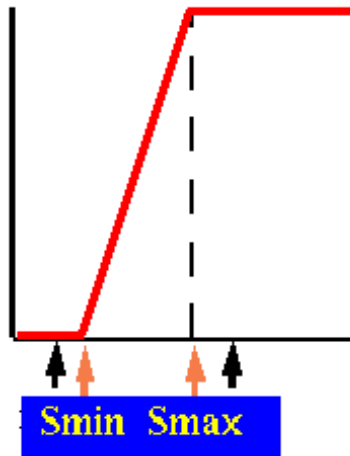
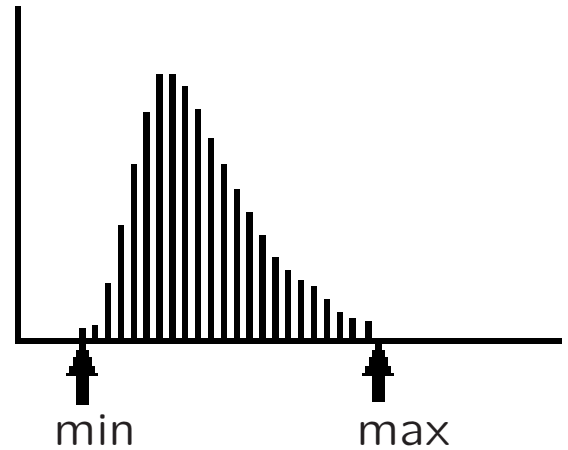
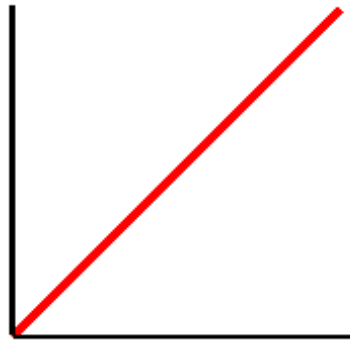
$$f'(x, y) = \frac{255}{\max - \min} (f(x, y) - \min)$$

$$\frac{(f(x, y) - \min)}{\max - \min} \in [0, 1]$$

# OPÉRATIONS PONCTUELLES

## AMÉLIORATION DU CONTRASTE (3)

### Transformation Linéaire avec Saturation



$$f'(x, y) = \frac{255}{S_{\max} - S_{\min}} (f(x, y) - S_{\min})$$

$$f'(x, y) \leq 0 \quad \longrightarrow \quad f'(x, y) = 0$$

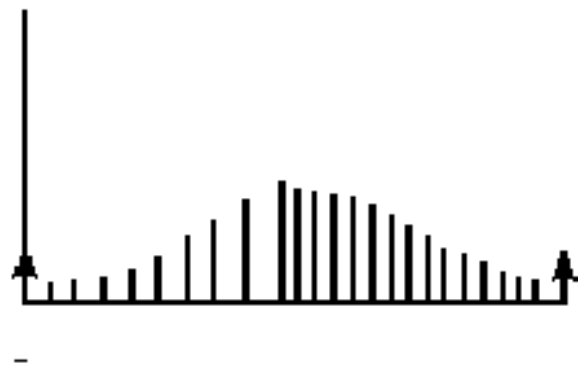
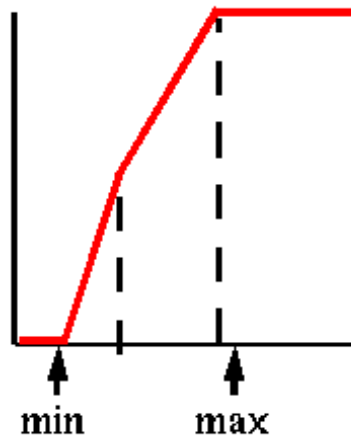
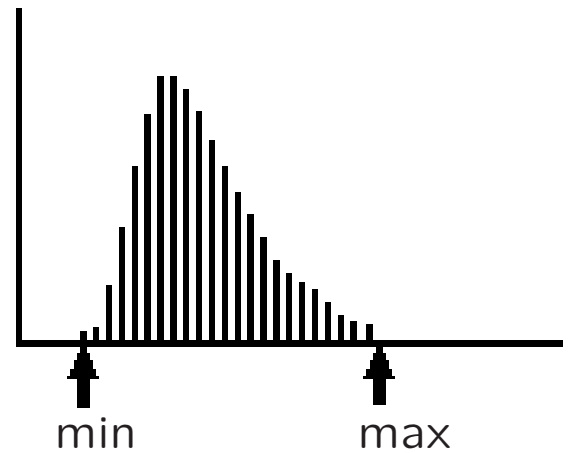
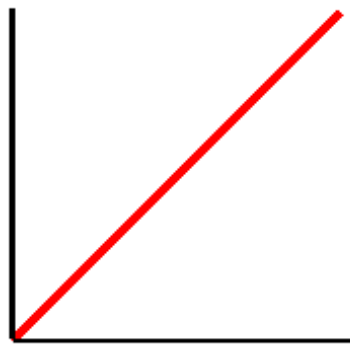
$$f'(x, y) \geq 255 \quad \longrightarrow \quad f'(x, y) = 255$$

$$\min \leq S_{\min} < S_{\max} \leq \max$$

# OPÉRATIONS PONCTUELLES

## AMÉLIORATION DU CONTRASTE (4)

### Transformation Linéaire par morceau



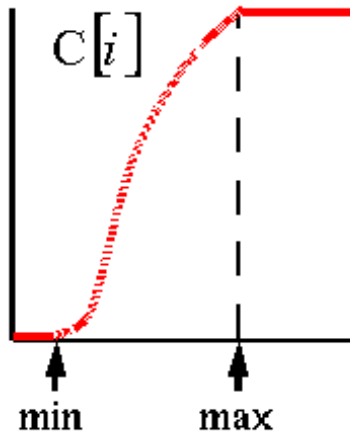
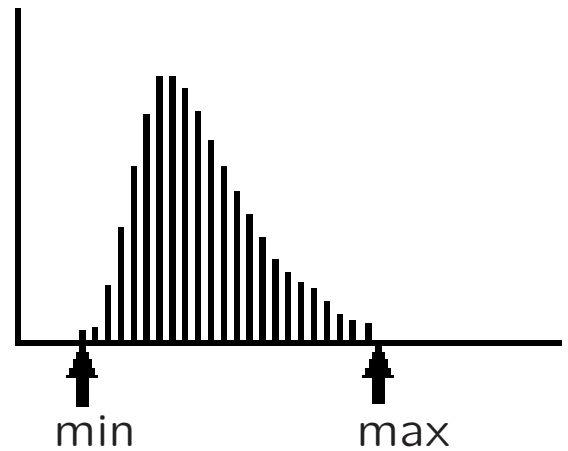
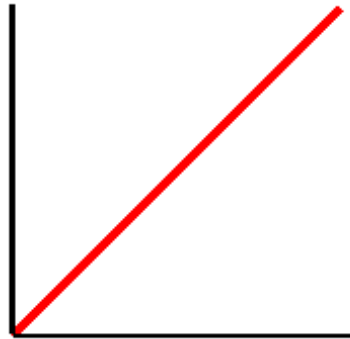
### Remarque

- Paliers horizontaux ► Perte d'information
- Sauts verticaux ► Discontinuité et artefacts
- Pentes négatives ► Inversion locale de contraste

# OPÉRATIONS PONCTUELLES

## AMÉLIORATION DU CONTRASTE (5)

### Égalisation d'Histogramme



$C[i]$  Densité de probabilité cumulative

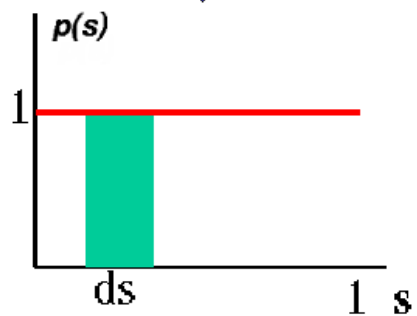
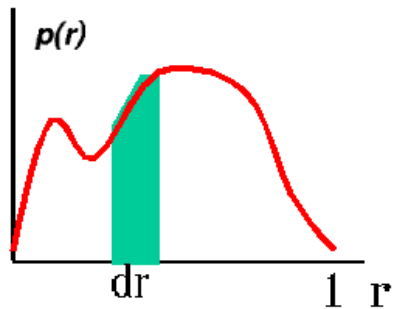
### Étapes

- $h(i), i \in [0, 255]$  Histogramme non normalisée
- $h_n(i) = \frac{h(i)}{NM}$  Histogramme normalisée (proportion)
- $C(i) = \sum_{j=0}^i h_n(j)$  Densité de probabilité cumulative
- $f'(x, y) = [C[f(x, y)] * 255]$  (avec  $C[f(x, y)] \in [0, 1]$ )

# OPÉRATIONS PONCTUELLES

## AMÉLIORATION DU CONTRASTE (6)

Démonstration (cas continue et normalisée)



Si  $T(r)$  est strictement monotone,

$$p_r(r) dr = p_s(s) ds$$
$$p_s(s) = p_r(r) \frac{dr}{ds} = p_r(r) \frac{1}{\frac{ds}{dr}}$$

Si on pose que,

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w) dw = C(r) \quad (\text{DDP cumulative})$$

$$\frac{ds}{dr} = p_r(r)$$

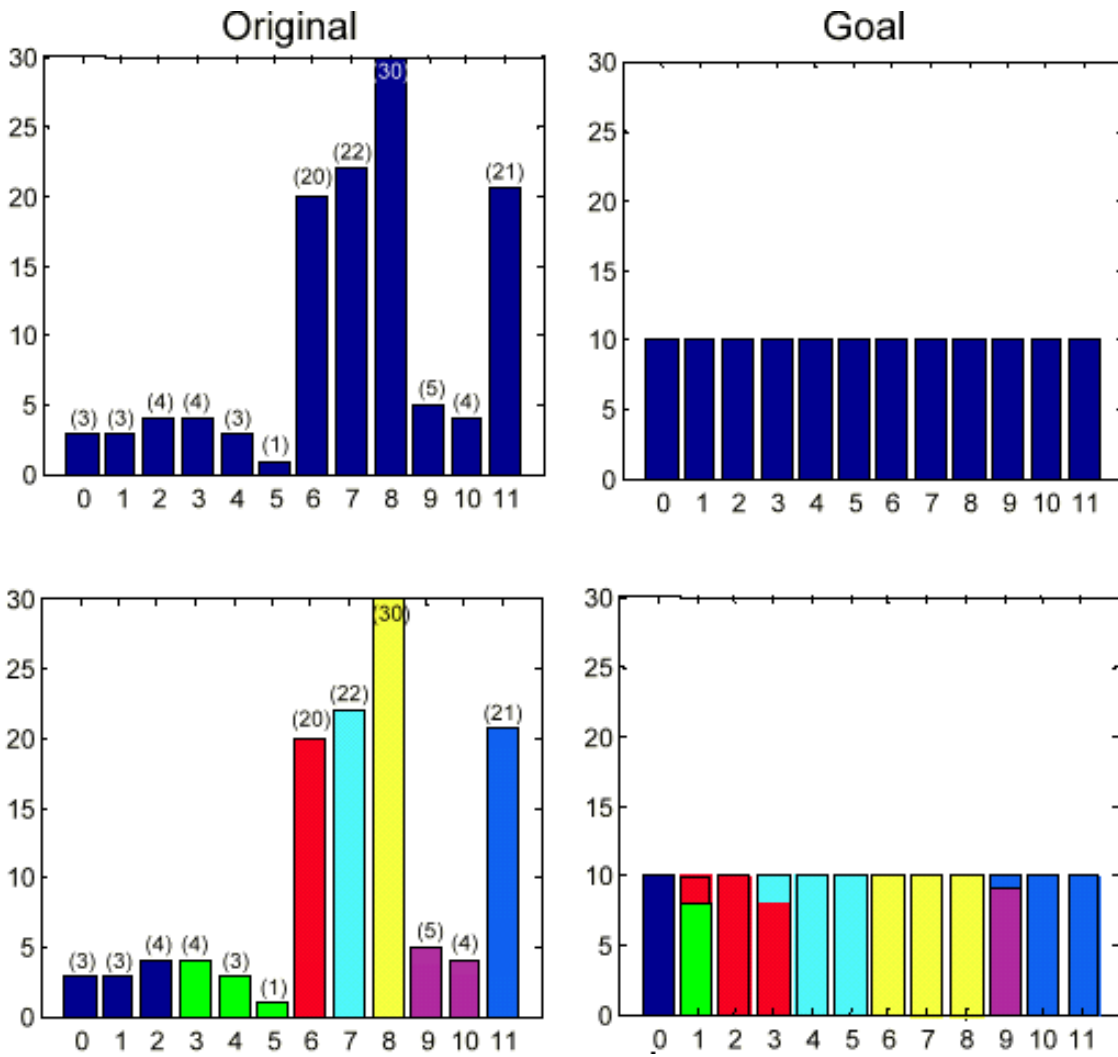
$$p_s(s) = 1 \quad \forall s$$

# OPÉRATIONS PONCTUELLES

## AMÉLIORATION DU CONTRASTE (7)

### Égalisation d'Histogramme (cas discret)

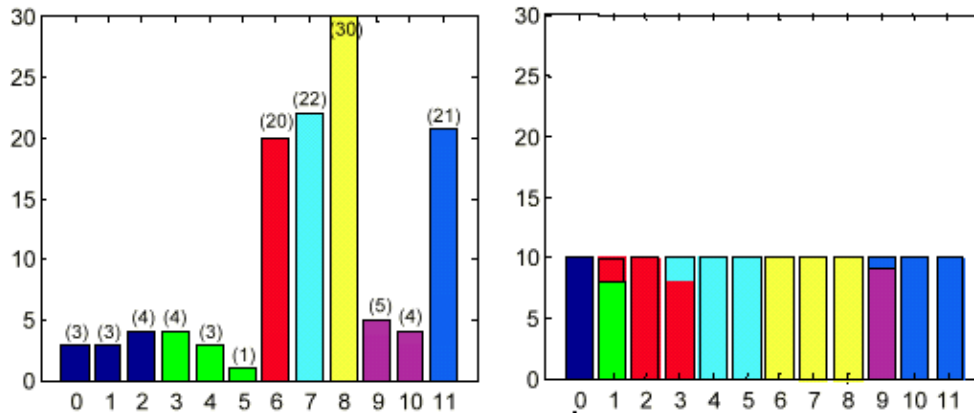
- Histogramme plat autant que possible
- L'ordre des NdeG est maintenu (fonction croissante)
- Les rectangles (barres) ne sont pas fragmentés



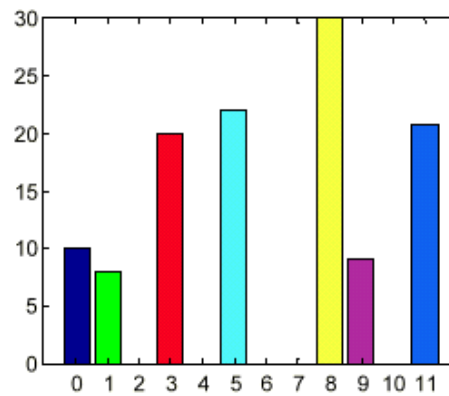
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Ancien
0	0	0	1	1	1	3	5	8	9	9	11	Nouveau

# OPÉRATIONS PONCTUELLES

## AMÉLIORATION DU CONTRASTE (8)



Égalisation obtenue (cas discret)



Exemple

$$f'(x, y) = [C[f(x, y)] * 11]$$

$$3/120 * 11 = 0$$

$$6/120 * 11 = 0$$

$$10/120 * 11 = 0$$

$$14/120 * 11 = 1$$

$$17/120 * 11 = 1$$

$$18/120 * 11 = 1$$

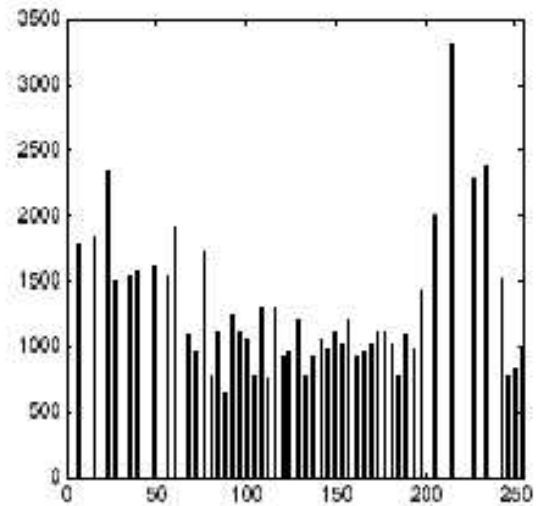
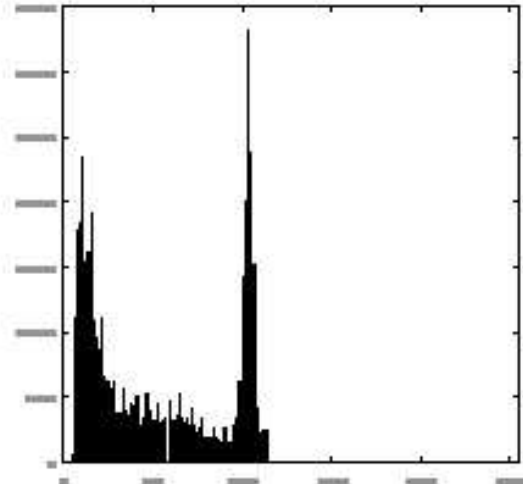
$$38/120 * 11 = 3$$

...

# OPÉRATIONS PONCTUELLES

## AMÉLIORATION DU CONTRASTE (9)

Égalisation d'Histogramme -Exemple-

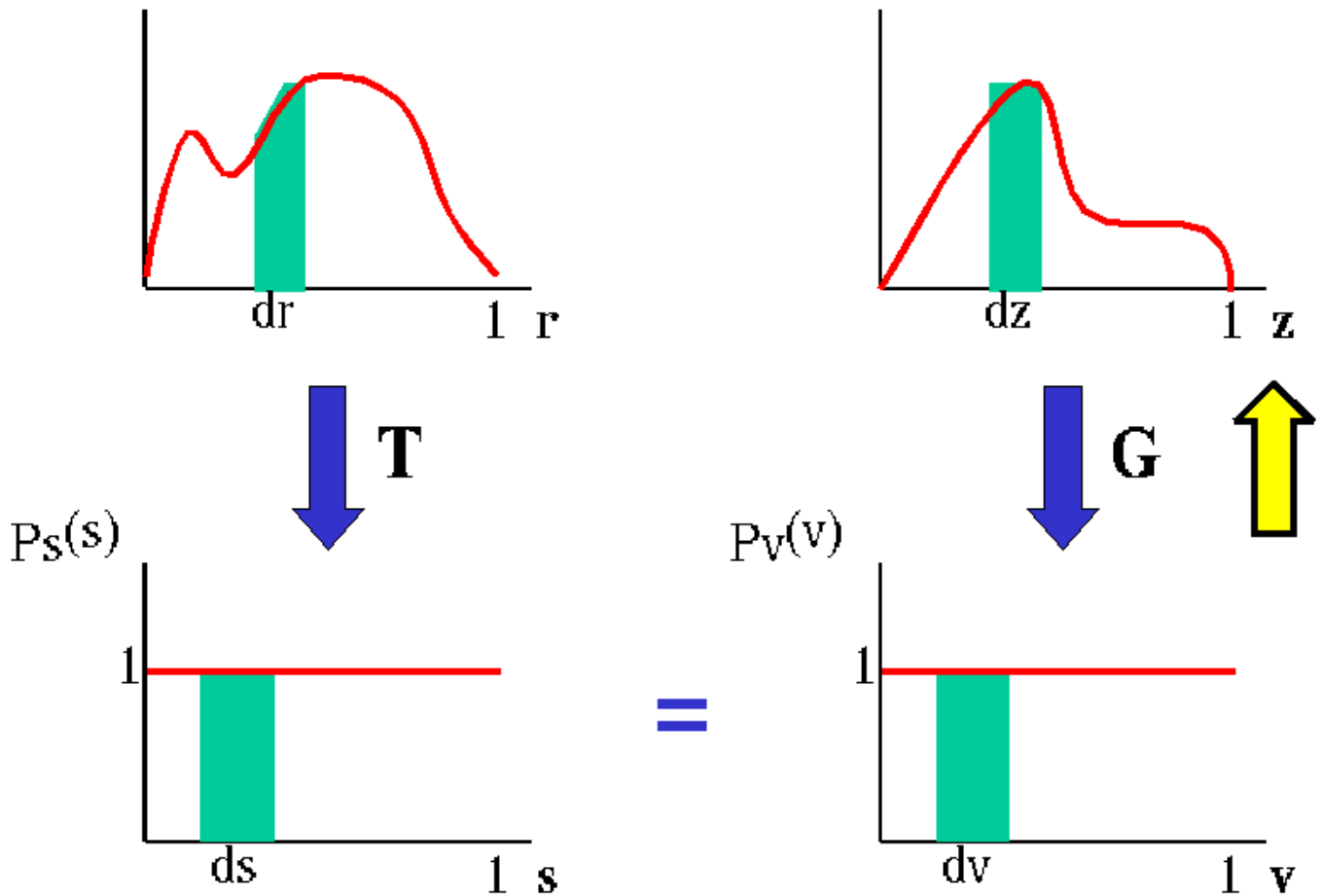




# OPÉRATIONS PONCTUELLES

## SPÉCIFICATION DE L'HISTOGRAMME

► Il est quelquefois intéressant de donner à l'histogramme une forme particulière, par exemple pour favoriser certaines plages de densité où l'on recherche des détails



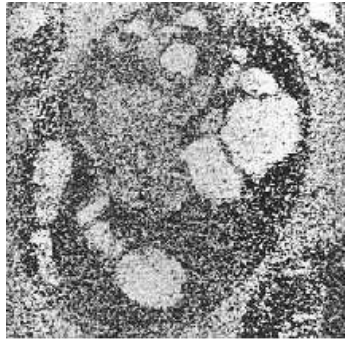
### Étapes $P_R(r) \rightarrow P_Z(z)$

- Égalisation d'Histogramme de  $P_R(r) \rightarrow P_S(s)$
- Obtention de la fonction de répartition de l'image d'arrivée  $P_Z(z)$
- Transformation finale,  $\underbrace{f'(x, y)}_{\text{image } z} = [G^{-1}[\underbrace{f(x, y)}_{\text{image } v}] * 255]$

# OPÉRATIONS PONCTUELLES

## OPÉRATION ALGÈBRIQUES ENTRE IMAGES (1)

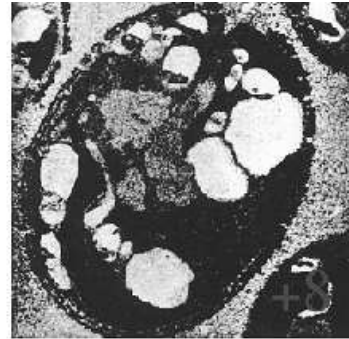
### Sommation & Réduction du Bruit par Moyennage



(a)



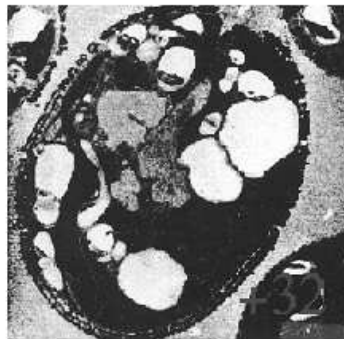
(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

Exemple de réduction de bruit par moyennage  
(a) Image bruitée ; (b)-(f) Résultat du moyennage  
après 2, 8, 16, 32, 128 sommations et moyennage

► Recalage adéquat

### Rapport Signal sur Bruit

$$\left(\frac{f}{B}\right)_{\text{moy}} = \sqrt{n} \left(\frac{f}{B}\right)$$

Avec  $n$ , le nombre d'image impliqué dans le moyennage

# OPÉRATIONS PONCTUELLES

## OPÉRATION ALGÈBRIQUES ENTRE IMAGES (2)

### Démonstration

Soit  $n$  images d'une même scène. Chaque image  $g_i(x, y)$  est composée de

$$g_i(x, y) = f(x, y) + b_i(x, y)$$

Avec  $b_i(x, y) \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$  (bruit gaussien de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2$ ). On suppose ce bruit blanc (i.e., non corrélé),

$$E\{b_i(x, y)b_j(x, y)\} = 0 \quad \text{si } i \neq j$$

Pour chaque image  $i$ , un rapport signal sur bruit (RSB)  $(f/\sigma)_i$  peut être défini.

► Somme et moyennage de  $n$  images :

$$\bar{g}(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g_i(x, y)$$

### Nouveau RSB de $\bar{g}$ ?

$$\bar{g}(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (f(x, y) + b_i(x, y)) = f(x, y) + \underbrace{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i(x, y)}_{b(x, y)}$$

- Signal inchangé
- Bruit  $b(x, y)$  a un écart type  $\sigma_b$  tq,

$$\sigma_b^2 = E\left\{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i(x, y)\right)^2\right\}$$

# OPÉRATIONS PONCTUELLES

## OPÉRATION ALGÈBRIQUES ENTRE IMAGES (2)

$$\begin{aligned}\sigma_b^2 &= E\left\{\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n b_i(x, y)\right)^2\right\} \\ &= \frac{1}{n^2}E\left\{\left(b_1(x, y) + b_2(x, y) + \dots + b_n(x, y)\right)^2\right\}\end{aligned}$$

Mais  $E\{b_i(x, y)b_j(x, y)\} = 0$  si  $i \neq j$ , sinon (si  $i = j$ )  
 $E\{b_i(x, y)b_j(x, y)\} = \sigma^2$

$$\begin{aligned}\sigma_b^2 &= \frac{1}{n^2}n\sigma^2 \\ &= \frac{\sigma^2}{n}\end{aligned}$$

$$\sigma_b = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

RSB de  $(\bar{g}/\sigma_b)$

$$(\bar{g}/\sigma_b) = \sqrt{n}(f/\sigma)$$

Conclusion

Pour 128 images (sommées et moyennées entre elle), le bruit est réduit d'un facteur  $\sqrt{128}$

# OPÉRATIONS PONCTUELLES

## OPÉRATION ALGÈBRIQUES ENTRE IMAGES (3)

### Soustraction d'images & Détection des changements

Images aérienne de la ville de Cincinnati



### Applications

- Détection des changements
- Détection du mouvement
- Etc.