

DIRO
IFT 6150

EXAMEN THÉORIQUE

Max Mignotte

DIRO, Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle
[http : //www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift6150](http://www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift6150)
e-mail : mignotte@iro.umontreal.ca

Date : 11/12/2018

I	Transformée de Fourier (35 pts)
II	Spectres et Aliasing (32 pts)
III	Opération Ponctuelle (24 pts)
IV	Filtrage Spatial et Fréquentiel (13 pts)
V	Restauration (18 pts)
VI	Misc. & Questions relatives aux TPs (8 pts)
Total	130 points

TOUS DOCUMENTS, CALCULATRICES ET CALCULATEURS PERSONNELS AUTORISÉS

I. Transformée de Fourier (35 pts)

Soit donc $f(x)$ un signal et $F(\nu)$ sa TF ou son spectre (*i.e.*; $f(x) \rightleftharpoons F(\nu)$).

- Le but de ce premier exercice est de calculer la Transformée de Fourier (TF) de la fonction ou du signal 1D $f(x) = x^n$ (où n est un entier positif), de deux façons différentes.
 - Énumérer **toutes** les propriétés de $F(\nu)$, la TF de la fonction $f(x) = x$ (sans la calculer).
<4 pts>
 - Rappeler pourquoi on n'aurait pas pu calculer la TF de cette fonction $f(x) = x$ en utilisant directement la définition de la TF utilisant la formule intégrale.
<4 pts>
 - Trouver la TF de la fonction $f(x) = x$.
<4 pts>
 - Trouver la TF de la fonction $f(x) = x^n$ (où n est un entier positif) de deux façons différentes. La première façon en utilisant le résultat de la question précédente et la deuxième façon en utilisant la propriété (vue en cours) de la TF de $f^{(n)}(x)$ (la dérivée n -ième de $f(x)$) suivi de la propriété duale.
<8 pts>
- Dans les tables de Transformée de Fourier (TF), on trouve facilement : $\mathcal{F}[\text{sgn}(x)] = \frac{1}{j\pi\nu}$
où $\text{sgn}(x)$ est la fonction signe ($\text{sgn}(x) = x/|x|$, *i.e.*, égale à 1 pour tout $x > 0$ et -1 pour tout $x < 0$ et égal à 0 pour $x = 0$).
 - Trouver à quoi est égale la dérivée de la fonction signe en vous aidant de la TF et de ses propriétés (notamment la propriété de la TF de la dérivée d'une fonction).
<5 pts>
 - En utilisant la question précédente, trouver à quoi est égale la dérivée de la fonction $g(x)$ avec :
 $g(x) = \text{sgn}(x) \cdot \exp(-x^2)$
<5 pts>
- En cours on a vu, sans toutefois le démontrer mathématiquement, que la TF d'un peigne de Dirac, dans le domaine spatial, avec des Diracs espacés de $T = 1$, était un peigne de Dirac, dans le domaine fréquentiel, avec des Diracs espacées de $T = 1$:

$$\text{III}_{T=1}(x) \rightleftharpoons \text{III}_{\frac{1}{T}=1}(\nu)$$

Comment aurait-on pu prévoir qualitativement ce résultat ? *i.e.*, identifier toutes les propriétés de la TF qui auraient pu justifier qualitativement cette relation.

<5 pts>

Réponse

1.(a)

La fonction $f(x) = x$ est réelle et impaire donc sa transformée $F(\nu)$ sera imaginaire pure et impaire. On pourrait dire aussi que la fonction étant non périodique, son spectre sera continu mais comme $f(x) = x$ est une fonction très lisse (*i.e.*, *smooth* ou sans discontinuité de la dérivée (avec une pente constante)), la reconstruction de cette fonction se fera avec très très peu d'harmoniques, *i.e.*, mathématiquement on s'attend à voir une TF dont le support fréquentiel est très petit. En fait certainement aussi petit que la fonction constante $f(x) = 1_{(x)}$ ($1_{(x)} \rightleftharpoons \delta(\nu)$) dont le spectre ($\delta(\nu)$) est continue en un seul point !

<4 pts>

1.(b)

On n'aurait pas pu calculer cette TF à partir de la définition directe de la TF utilisant la formule intégrale car la fonction $f(x) = x$ n'est pas carrée ou absolument sommable (ou intégrable) sur \mathbf{R} .

<4 pts>

1.(c)

- Une méthode consisterait à se rappeler que $\mathcal{F}[\delta'(x)] = 2\pi j\nu$ et donc, par la propriété duale que :

$$\mathcal{F}[x] = -\frac{1}{2\pi j} \delta'(\nu) = \frac{j}{2\pi} \delta'(\nu)$$

- Une autre méthode consisterait à se rappeler que $\mathcal{F}[f'(x)] = 2\pi j\nu F(\nu)$ et donc, en remplaçant $f(x) = \delta(x) \Rightarrow F(\nu) = 1$ et en utilisant la propriété duale, on obtiendrait la même chose.

<4 pts>

NOTA : On vérifie bien que le spectre $F(\nu) = \frac{j}{2\pi} \delta'(\nu)$ obtenu est imaginaire pur et impair, avec un support fréquentiel très petit (Q1.(a)) puisque $F(\nu)$ est continu en un seul point.

1.(d)

- En utilisant ce que l'on fait précédemment et la propriété de convolution du Dirac ($\delta'(x) * f(x) = f'(x)$), on obtient :

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_{n \text{ fois}} \Leftrightarrow \underbrace{\frac{j}{2\pi} \delta'(\nu) * \frac{j}{2\pi} \delta'(\nu) * \dots * \frac{j}{2\pi} \delta'(\nu)}_{n \text{ fois}} = \frac{j^n}{(2\pi)^n} \delta^{(n)}(\nu)$$

<4 pts>

- En utilisant $\mathcal{F}[f^{(n)}(x)] = (2\pi j\nu)^n F(\nu)$ (formule du cours) et la propriété duale et en remplaçant $f(x) = \delta(x) \Rightarrow F(\nu) = 1$, on obtient la même chose :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[f^{(n)}(x)] = (2\pi j\nu)^n F(\nu) &\Leftrightarrow \mathcal{F}^{-1}[F^{(n)}(\nu)] = (-2\pi j x)^n f(x) \\ &\Leftrightarrow \mathcal{F}[x^n] = \frac{\delta^{(n)}(\nu)}{(-)^n (2\pi)^n (j)^n} \\ &\Leftrightarrow \mathcal{F}[x^n] = \frac{(j)^n}{(-)^n (2\pi)^n (j)^{2n}} \delta^{(n)}(\nu) = \frac{(j)^n}{(-)^n (2\pi)^n (-)^n} \delta^{(n)}(\nu) \\ &\Leftrightarrow \mathcal{F}[x^n] = \frac{j^n}{(2\pi)^n} \delta^{(n)}(\nu) \end{aligned}$$

<4 pts>

2.(a)

En utilisant la propriété $\mathcal{F}[f'(x)] = 2\pi j\nu \cdot F(\nu)$ et le fait que : $\text{sgn}(x) \stackrel{\mathcal{F}}{\Leftrightarrow} \frac{1}{j\pi\nu}$ on trouve facilement :

$$\begin{aligned} \text{sgn}'(x) &\stackrel{\mathcal{F}}{\Leftrightarrow} 2\pi j\nu \cdot \frac{1}{j\pi\nu} = 2 \\ &= 2\delta(x) \end{aligned}$$

<5 pts>

NOTA : On peut aussi dire que $\text{sgn}'(x) = \delta(x/2)$ car on a la relation $\delta(ax) = \frac{1}{|a|} \delta(x)$ (avec $a = 1/2$ dans notre cas) (et cette relation a déjà été vu et démontré dans un ancien examen).

2.(b)

En utilisant la formule $(u(x) \cdot v(x))' = u'(x) \cdot v(x) + v'(x) \cdot u(x)$ et la question précédente on trouve :

$$\left(\operatorname{sgn}(x) \cdot \exp(-x^2)\right)' = 2\delta(x) \cdot \exp(-x^2) + 2x \exp(-x^2) \cdot \operatorname{sgn}(x) = 2 - 2x \operatorname{sgn}(x) \cdot \exp(-x^2)$$

<5 pts>

3

Déjà on sait que comme $\text{III}_{T=1}(x)$ est réelle est paire, son spectre doit être réel et paire. De plus comme il existe beaucoup de discontinuités dans $\text{III}_{T=1}(x)$, son spectre doit avoir un support fréquentiel très grand. De plus on sait que nécessairement tout ce qui est périodique dans un domaine est discrétisée dans l'autre ; *i.e.*, périodique \Leftrightarrow discret et inversement. Donc puisque $\text{III}_{T=1}(x)$ est périodique et discret (en fait c'est comme si on avait pris des échantillons régulièrement espacés de la fonction $f(x) = 1_{(x)}$), son spectre est aussi forcément périodique et discret.

Si on combine toutes ces propriétés, on n'est pas étonné de retrouver la relation $\text{III}_{T=1}(x) \Leftrightarrow \text{III}_{T=1}(\nu)$.

De plus, on peut encore valider cette relation en remarquant que :

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \text{III}_T(x) = \delta(x) \stackrel{\mathcal{F}}{\Leftrightarrow} \lim_{T \rightarrow \infty} \text{III}_{1/T}(\nu) = 1(\nu)$$

$$\text{et, } \lim_{T \rightarrow 0} \text{III}_T(x) = 1(x) \stackrel{\mathcal{F}}{\Leftrightarrow} \lim_{T \rightarrow 0} \text{III}_{1/T}(\nu) = \delta(\nu)$$

<5 pts>

II. Spectres et Aliasing (32 pts)

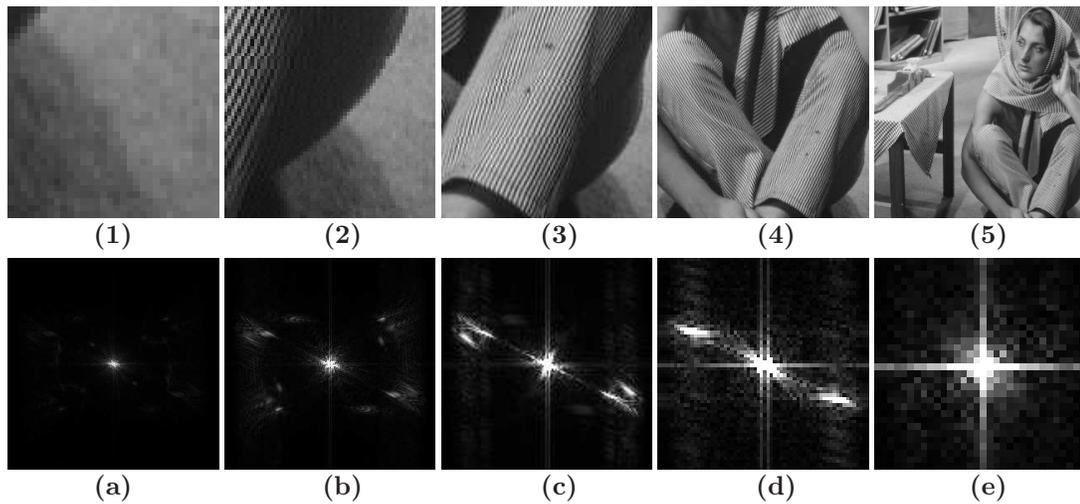
- Donner un petit raisonnement (possiblement qualitatif) qui montre que plus l'image est petite et plus le biais créé par le calcul de son spectre par la version discrète de la TF (TFD ou FFT) (qui suppose implicitement que l'image est périodique créant ainsi possiblement de fausses discontinuités horizontales ou verticales dans l'image) est grand.

<7 pts>

- Les images (1) à (5) de la Figure ci-dessous représentent le module du spectre de Fourier (calculé par la FFT puis recentré au centre de l'image et après avoir rehaussé légèrement les hautes fréquences comme en TP) des différentes imagerettes (1) à (5) prises sur l'image BARBARA de taille 512×512 (à partir du bord inférieur droit et avec une taille chaque fois deux fois plus grande).

Indiquer, pour chacun des spectres, à quelle image il correspond. Justifier qualitativement chaque réponse par les caractéristiques présentes dans l'image et dans son spectre associé. Vous pouvez aussi raisonner par élimination.

<20 pts>



3. Expliquer, en utilisant les termes que l'on a utilisés en cours pourquoi on échantillonne de la musique numérique avec une fréquence d'échantillonnage de 44 KHz.
<5 pts>

Réponse

1.

Soit une image de taille $N \times N$. Lorsqu'on calcule la TFD ou la FFT de cette image, on doit considérer implicitement que l'image se périodise (ou devient cyclique/toroidale) et des discontinuités peuvent apparaître aux extrémités de cette image. Néanmoins ces discontinuités concernent, en terme de nombre de pixels, la première et dernière ligne et colonne de pixels de cette image, soit en tout $4N$ pixels sur une image possédante $N \times N$ pixels. Pour une image de taille $N \times N$, ces discontinuités (si elles existent), concernent donc un pourcentage de $4N/(N \times N) = 4/N \times 100$ pourcent de l'image. Plus la taille de l'image est donc grande, plus ce pourcentage est petit et plus le biais de la TFD ou FFT versus la TF sera donc faible.

Un autre raisonnement qualitatif consisterait à dire que plus l'image possède beaucoup de pixels, plus sa version discrétisée tend à se rapprocher de sa version continue et plus le calcul de son spectre tend vers le calcul parfait, non biaisé, d'une TF d'une fonction continue.

<7 pts>

2.

On pourrait facilement, tout de suite, classer $[1 - e]$ et $[2 - d]$ car on voit que ses images ont le même nombre de pixels que leur transformée respective. Mais même sans cela on peut arriver au bon classement.

Le plus simple est de procéder par élimination en allant du plus évident au moins évident :

- $[3 - c]$:

L'image est composée presque entièrement de deux régions texturales faites de lignes sombres sur fond clair allant dans la direction diagonale gauche mais dans deux directions légèrement différentes créant ainsi deux petites discontinuités diagonales droites associées dans deux directions légèrement différentes dans son spectre.

- $[1 - e]$:

Puisque l'énoncé nous dit que l'image est réduite à chaque fois d'un facteur deux, on en déduit que l'image (1) est de taille 32×32 . Son spectre sera aussi de taille 32×32 ce qui est caractéristique du spectre de l'image (e). La transition verticale et horizontale est due aux discontinuités créées par la périodicité de l'image en ligne et colonne. Elle est très visible car l'image est petite. Il faut se rappeler que plus l'image est petite, et plus les discontinuités créées par la périodicité de l'image en ligne et colonne biaisera le spectre donné par la TFD (cf question précédente). On peut apercevoir une petite discontinuité diagonale gauche dans le spectre qui est due à la transition diagonale droite de l'ombre qui semble partager l'imagette en deux (dans le sens de la diagonale).

- $[4 - b]$:

En plus de la tache au centre du spectre, on peut voir plusieurs taches différentes dans les coins supérieurs et inférieurs diagonales droites et gauches du spectre montrant qu'il existe dans l'image un mélange de plusieurs types de textures dans les directions opposées.

- $[5 - a]$:

L'image possède plein de textures différentes et toute cette information est résumée avec le pouvoir compressif du calcul de la TF par une tache au centre de l'image.

- $[2 - d]$:

La transition diagonale sombre claire et les lignes sombres sur fond clair allant dans cette même direction diagonale créent la transition et les deux taches dans la direction opposée dans le spectre. La transition verticale et horizontale est due aux discontinuités créées par la périodicité de l'image en ligne et colonne.

<20 pts>

3.

On échantillonne en fait en respectant le théorème de Shannon, *i.e.*, a deux fois la fréquence maximale ($f = 22$ KHz) audible par une oreille humaine non experte. De ce fait, il existera donc du repliement spectral mais qui n'interviendra qu'au-delà d'une fréquence auquel l'individu non (musicalement) expert ne pourra entendre ou des très hautes fréquences qui auront disparues si un très bon filtre anti-repliement a été fait. Un chef d'orchestre ou une oreille musicale entend donc sur une musique échantillonnée a 44 KHz des très hautes fréquences parasites provenant du repliement spectral si son oreille entend au-delà de 22 KHz ou si un très bon filtre anti-repliement a été fait, pas autant de hautes fréquences (harmoniques) qu'une musique non échantillonnée.

<5 pts>

III. Opération Ponctuelle (24 pts)

1. Soit une image de départ X , que l'on désire filtrer (avec $X_{i,j}$, le niveaux de gris de cette image aux coordonnées (ligne, colonne) : (i, j)). Soit Y le résultat de cette image filtrée. On définit le filtre suivant :

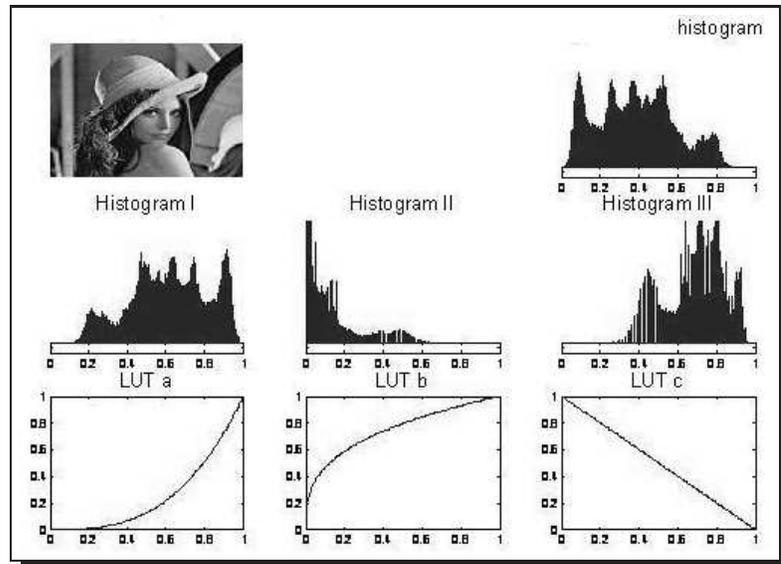
$$Y_{i,j} = \text{Filtre médian}\{ \text{voisinage}(X), w_c @ X_{i,j} \}$$

où l'opérateur @ signifie que l'on a w_c copie de $X_{i,j}$ et le voisinage est un voisinage carré classique $N_c \times N_c$

Quel est l'intérêt d'un tel filtre (commencer par énumérer les avantages et les défauts d'un filtre médian classique) puis essayer d'interpréter l'intérêt d'un tel filtre (*i.e.*, trouver les situations où ce filtre serait intéressant d'utiliser).

<7 pts>

2. Voici une image et son histogramme à droite. L'opération ponctuelle $T g(x_o, y_o) = T(f(x_o, y_o))$ entre deux images f (image source) et g (image après transformation) est appelée aussi LUT (LookUp Table).



Après transformation de f par une des trois LUTs (a, b, c), on obtient une image transformée g possédant un des trois histogrammes (I, II, III).

Associer à chaque histogramme la LUT qui lui correspond et décrire qualitativement ce que fait cette LUT (ou opération ponctuelle) sur l'image.

<7 pts>

3. Décrire qualitativement (i.e., une ou deux phrases ou à l'aide d'un petit schéma) à quoi on s'attend pour l'histogramme de cette image en niveaux de gris ?

<5 pts>



4. Donner en pseudo-code ou en quelques lignes d'explications, le calcul de l'histogramme d'une image avec une complexité linéaire en fonction du nombre de pixels de cette image.

<5 pts>

Réponse

1.

Le filtre médian permet la suppression du bruit impulsionnel, mais efface les détails très fins et arrondit les angles et crée quelques petites taches homogènes.

Si w_c est égale à la taille de la fenêtre $w_c = N_c \times N_c$, on obtient le filtre identité. Pour une valeur de w_c comprise entre $[0, \dots, N_c \times N_c]$, Ce filtre fait donc un compromis entre le filtre médian standard et le filtre identité. Ce filtre permet donc d'avoir un bon compromis entre les détails et la suppression du bruit impulsionnel.

Conclusion : plus le poids w_c est important, plus le filtre préserve les détails, mais réduit moins le bruit impulsionnel. Pour des images avec des détails très fins mais relativement peu de bruit impulsionnel, une valeur de $w_c \approx N_c \times N_c/3$, par exemple, permettra de préserver les détails fins de l'image tout en éliminant le petit bruit impulsionnel entachant l'image.

<7 pts>

NOTA : Ce filtre s'appelle le filtre CWM (Center Weight Median).

2.

LUTc—Histogram-I : Inversion de contraste.

LUTb—Histogram-III : Étirement d'histogramme d'autant plus grande que les zones de l'image sont sombres (on augmente donc d'autant plus la visibilité des détails dans les zones sombres).

LUTa—Histogram-II : Étirement d'histogramme d'autant plus grande que les zones de l'image sont claires (on augmente donc d'autant plus la visibilité des détails dans les zones claires).

<7 pts>

3.

Deux pics (ou Gaussiennes avec une variance très petite) respectivement centrée sur un niveaux de gris très faible et un niveaux de gris très forts (i.e., proche du blanc) correspondant respectivement aux pixels appartenant à la forêt sombre et aux pixels associés à la neige. Éventuellement, si on veut être précis, un autre petit pic, de faible amplitude, centré sur un niveau de gris moyen (associé aux pixels appartenant au loup).

<5 pts>

4.

Prendre initialement un vecteur 1D $\text{Hist}[]$ de 256 cellules initialement remplies de zéro.
Balayer l'image lexicographiquement : Récupérer son niveau de gris $X_{i,j}$: $\text{Hist}[X_{i,j}]++$;
Tant que le balayage n'est pas fini.
<5 pts>

IV. Filtrage (13 pts)

1. Filtrage Spatial

Décrire un masque de convolution 3×3 tel que la convolution d'une image avec ce masque donne en résultat une valeur de niveaux de gris :

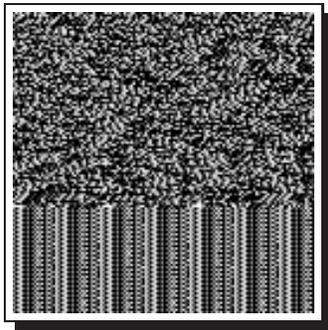
- (a) *nulle* dans les zones où le niveau de gris de l'image de départ était constant.
- (b) *élevée* en tout pixel qui avait dans l'image de départ un niveau de gris sensiblement supérieur à celui de ses 4 voisins diagonaux.

<5 pts>

2. Filtrage Fréquentiel

Une attaque par déni de service (abr. DDoS pour Distributed attack pour Denial of Service attack en anglais) est une attaque informatique ayant pour but de rendre indisponible un service et/ou d'empêcher les utilisateurs légitimes d'un service informatique de l'utiliser. L'attaque par déni de service peut ainsi bloquer un serveur de fichiers, rendre impossible l'accès à un serveur Web. Dans les faits, les attaques par déni de service sont opérées en saturant la bande passante d'un serveur défini. Pour cela, une technique consiste à inonder le réseau informatique de la même commande répétée ou en émettant un nombre important de demandes de synchronisation TCP incomplète avec un serveur ou saturer un routeur ou un serveur en envoyant un nombre important de requêtes d'autorisation. Quand on représente le signal sous forme d'image, on reconnaît l'envoi de ces mêmes commandes répétées sous la forme de motifs périodiques comme dans la deuxième partie de l'image ci-dessous. A quoi ressemblera le module du spectre de cette image (après avoir rehaussé les hautes fréquences) ? En déduire une manière de détecter les signaux DDoS par TF.

<8 pts>



Réponse

1.

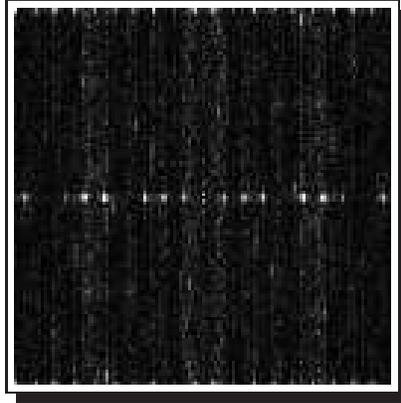
La somme des coefficients nécessairement à zéro pour respecter la première contrainte. La deuxième condition indique que l'on doit détecter des forts gradients dans les directions diagonales uniquement, donc une configuration $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ sur les 4 diagonales et un zéro sur les voisins horizontaux et verticaux qui n'ont aucune importance ce qui conduit au filtre :

-1	0	-1
0	4	0
-1	0	-1

<5 pts>

2.

On voit des motifs périodiques qui se répètent en colonne (toutes les 20 colonnes approximativement) avec une périodicité plus marquée en colonne qu'en ligne. Le spectre de cette image possédera donc une sorte de phénomène de discrétisation sur l'axe des colonnes dans le domaine fréquentiel (présence de points blancs sur cet axe) toutes les fréquences numériques $\approx 1/20$.



Une façon de détecter par TF ces motifs périodiques représentant ces commandes répétées ou DDoS serait de tester la présence de ces pics de coefficients spectraux se répétant régulièrement sur l'axe des colonnes dans le domaine fréquentiel.

<8 pts>

V. Restauration (18 pts)

1. Soit les trois images ci-dessous prises par une caméra numérique.



Expliquez comment vous identifiez le trois différents types de flou que l'on a ici et qui sont caractéristiques d'une caméra numérique et expliquez à quoi est du chacun d'entre eux.

<6 pts>

2. Pour chacun de ces flous, expliquer quelles sont la ou les méthodes vues en cours permettant d'estimer la fonction de flou.

<6 pts>

3. Une fois la fonction de floue, ou psf estimée, discuter et expliquez ensuite quelles sont les images flouées (parmi ces trois images) qui seront probablement difficiles à dé-flouer ou restaurer en se justifiant.
<6 pts>

Réponse

1.

Ces trois types de flou sont reconnaissables par la fonction de floue que l'on appelle aussi psf ("*point spread function*"), *i.e.*, fonction d'étalement du point (de Dirac). Dans le sens lexicographique, pour respectivement les images [1 – 3] :

-1- Il s'agit d'un flou créé par le déplacement du sujet photographié (la voiture) pendant que l'obturateur enregistre l'image. Il a pour nom "*motion blur*". La psf est une fonction porte ou ouverture dans la direction du mouvement.

-2- Il s'agit d'un flou créé par le mouvement de la caméra, lequel est certainement dû au mouvement de la main qui tenait la caméra pendant que l'obturateur enregistrerait l'image. Il a pour nom "*hand-shaking blur*". La psf est une fonction rectiligne décrivant la trajectoire de la main pendant que l'obturateur enregistrerait l'image.

-3- Il s'agit d'un flou créé par une mauvaise mise au point. Il a pour nom "*out-of focus blur*" ou "*defocus blur*". La psf est une tache ronde.

<6 pts>

2.

-1- Isolation facile de la psf (fonction porte ou ouverture dans la direction du mouvement ; il suffit de compter la largeur en pixel de la fonction porte sur une trainée lumineuse). La méthode d'identification du flou par la méthode fréquentielle fonctionnerait très bien.

-2- Isolation de la psf (fonction linéique résumant la trajectoire de la main pendant que l'obturateur enregistrerait l'image. La méthode d'identification du flou par la méthode fréquentielle ne pourrait pas fonctionner car nous n'avons pas de représentation paramétrique pour cette fonction floue.

-3- Isolation de la psf (fonction ronde). En fait il faudrait prendre la fonction ronde de diamètre la plus petite, car celle-ci serait associée à notre psf, fonction d'étalement du point (la plus grande résulterait en fait de l'étalement d'une source ponctuelle de largeur supérieure à un pixel). La méthode d'identification du flou par la méthode fréquentielle fonctionnerait très bien car nous avons une représentation paramétrique de cette fonction floue.

<6 pts>

3.

Les plus difficiles à restaurer seraient les images où le MTF du flou (TF de la psf) créerait des zéros dans le domaine fréquentiel (car les fréquences détruites sont plus difficiles à retrouver/restaurer que les fréquences atténuées) et celles dont la psf a un support spatial grand. Dans les trois cas, le bruit ne semble pas un facteur important car les images sont relativement nettes.

Comme les trois images vont créer des zéros dans les domaines fréquentiels, il reste le critère du support de la psf. Par ordre croissant de complexité, possiblement -3-1-2.

<6 pts>

VI. Misc. et Questions Relatives aux TPs (8 pts)

1. Dans le TP numéro 3 **DÉCONVOLUTION & RESTAURATION**.

Expliquer dans quels cas et pourquoi une déconvolution ou deblurring d'une image floue marche bien (c'est-à-dire permet de retrouver efficacement l'image originale).

<4 pts>

2. Dans le TP numéro 5 **SEGMENTATION MARKOVIENNE**.

Expliquer ce que l'on devrait faire pour trouver une meilleure solution de segmentation, au sens du MAP (*Maximum A Posteriori*), dans le cas de l'algorithme ICM et de l'algorithme RS (Recuit Simulé) demandé en TP.

<4 pts>

Réponse

1.

On l'a vue en TP ; dans le cas où il n'y a que très peu, voire pas de bruit s'additionnant à l'image floue. On pourrait ajouter aussi dans le cas où la psf ou fonction de flou ne possède pas (ou peu) de zéros dans le domaine fréquentiel. En effet, ces zéros détruiront de l'information spectrale de l'image qui sera difficile voire impossible à retrouver par une procédure de déconvolution comme l'algorithme de LANDWEBER.

<4 pts>

2.

Pour l'algorithme ICM, la seule solution est de donner une meilleure segmentation initiale. Une autre solution est de donner plusieurs initialisations différentes et de faire rouler l'ICM sur chacune de ces solutions initiales et ensuite de récupérer la solution donnée par l'ICM qui sera associée à l'énergie la plus faible.

Pour l'algorithme RS, la seule solution est de ralentir le processus de décroissance en température, par exemple en remplaçant la décroissance $T_k = T_0 \times (0.99)^k$ par $T_k = T_0 \times (0.999)^k$ ce qui revient en fait à augmenter le nombre d'itérations de l'algorithme RS entre les températures T_0 et T_{final} .

<4 pts>