

Devoir 7
pour le **mercredi 20** juin 2017

1. Soit une $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_A, q_R)$ une machine de Turing polynomiale. Soit $s_M(w)$ le nombre de cases du ruban utilisées par M pour décider w . Soit $s_M(n) = \max\{s_M(w) : |w| = n\}$. Prouvez que $s_M(n)$ est polynomiale, i.e. bornée par un polynôme en n .
2. Qu'est ce qui ne va pas dans la preuve suivante?

Le problème NP -complet $VC(G, k)$ vu en classe peut être résolu en temps polynomial par l'algorithme suivant (et donc $L_{VC} = \{\langle G, k \rangle : G \text{ est un graphe qui possède une couverture par sommets de taille au plus } k\}$ est dans P :

- générer successivement les parties à k éléments de V ;
- pour chacun des ensembles générés, tester si au moins une extrémité de chaque arête est dans l'ensemble;
- si oui, arrêter en disant OUI, sinon générer l'ensemble suivant;
- si toutes les parties à k éléments ont été générées sans que l'on dise OUI, dire NON.

Au pire, on génère tous les sous-ensembles à k éléments. Il y en a $\binom{n}{k} \leq n^k$. Les tests de la deuxième étape prennent au pire $ck|E| \leq ckn^2$ pour une constante $c \in \mathbb{R}^{>0}$. Donc en tout, la complexité est bornée par dn^k pour un $d \in \mathbb{R}^{>0}$. On conclut que $P = NP$.

3. Prouvez en détail ce que l'on a vu sans détail en classe : si $L \in NPC$ et $L' \in NP$ et si $L \leq_p L'$ alors $L' \in NPC$.