Vision par ordinateur: Modèles de caméra

Sébastien Roy Jean-Philippe Tardif

Département d'Informatique et de recherche opérationnelle Université de Montréal



Hiver 2007



Au programme

- Introduction
- 2 Modèle perspective
- Modèle affine
- 4 Modèles de distorsion
- 6 Autres modèles



Sommaire

- Introduction
- 2 Modèle perspective
- Modèle affine
- 4 Modèles de distorsion
- 5 Autres modèles

Projection

Associer un point 2D de l'image à un point 3D de la scène.

$$(x,y) = g(X,Y,Z)$$

Perspective Modèle le plus réaliste pour les caméras photographiques

Affine:

Orthographique Modèle réaliste pour certaines caméras (rayon-X)

Perspective-Faible (Weak-Perspective, Scaled-Orthographic)
Hypothèse: perspective avec caméra loin des objets

Caméra à infinie Généralisation

Projection

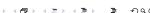
$(x,y) = \hat{g}(X,Y,Z),$ plus généralement (x, y, h) = g(X, Y, Z, H)

Les fonctions g et \hat{g} peut être non-linéaire. Par ex :

- Distorsion d'image
- Caméra catadioptriques (lentilles + miroir courbé)

Image d'une caméra catadioptrique :





Plusieurs modèles

- Pourquoi tant de modèles? Chaque hypothèse simplificatrice diminue le réalisme du modèle mais simplifie le traitement mathématique.
- Ne pas oublier... En vision, on veut récupérer les paramètres du modèle de caméra. On doit donc trouver un compromis :

Compromis

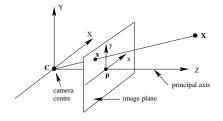
modèle très précis ↔ difficile à résoudre modèle facile à résoudre ↔ trop simpliste

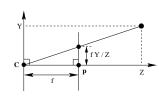


Sommaire

- Modèle perspective
- Modèle affine
- Modèles de distorsion
- Autres modèles

Projection perspective





Axe principal Axe optique de la caméra

- C Centre de la caméra
- X Un point en 3D
- x Le point projeté dans l'image
- f Distance focale : où se trouve le plan image

$$x = f\frac{X}{Z} \qquad y = f\frac{Y}{Z}$$

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x & y & f \end{pmatrix}^\mathsf{T}$$

Forme matricielle

Forme de la matrice de projection perspective :

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{3\times3} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

• Caméra en position canonique (aucune translation/rotation)

Paramètres de caméra

Décrivent la transformation du système de coordonnées de la scène vers celui de l'image.

$$\mathsf{Image} \overset{\mathsf{internes}}{\leftarrow} \mathsf{Cam\acute{e}ra} \overset{\mathsf{externes}}{\leftarrow} \mathsf{Sc\grave{e}ne}$$

On sépare les paramètres en deux grandes catégories :

Paramètres externes (extrinsèque, extrinsic)

Position et orientation de la caméra par rapport à la scène.

Paramètres internes (intrinsèque, intrinsic)

Caractéristiques de la caméra elle-même.

Ces paramètres ne changent pas si on déplace la caméra.

• Relié au changement de zoom, focus...

Système de coordonnées

Trois systèmes de coordonnées distincts :

Le monde (ou la scène)

Système de référence connu. Tout (caméra, objet, etc...) est défini par rapport à ce système de coordonnées.

La caméra

Système dans lequel s'effectue la projection des points 3D vers 2D.

L'image

Système établissant la référence aux pixels.



Paramètres externes (external)

- Transformation euclidienne (ou rigide)
- Ramène le système de coordonnée pour que la caméra soit en position canonique
- Généralement, on fait la translation en premier
 Mais pas nécessairement

$$\mathcal{M}_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{ \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & 0 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & 0 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} }_{0} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Paramètres externes

$$= \begin{bmatrix} I_{3\times3} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{R} & \mathcal{R}\mathbf{t} \\ \mathbf{0}^\top & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{R} & \mathcal{R}\mathbf{t} \end{bmatrix}$$

 \mathcal{M} fait le transfert du monde à la caméra

Paramètres internes

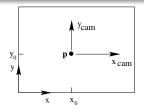
Projection canonique:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{P}$$

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad \to \quad \hat{\mathbf{p}} = \begin{pmatrix} X/Z \\ Y/Z \end{pmatrix}$$



Paramètres internes



$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{P}$$

- $\bullet \ (u_0 \ v_0)^\mathsf{T}$ Point principal
- Intersection de l'axe optique avec le plan image

Donc :

$$\begin{bmatrix} \alpha & 0 & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \times \\ 1 \end{pmatrix} \propto \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Paramètres internes

Passage du système de la caméra à celui de l'image

Distance focale et ratio d'aspect aspect :

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} kf & 0 & 0 \\ 0 & lf & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{P}$$
$$= \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{P}$$

f Distance focale de la caméra

k facteur d'échelle en X

l facteur d'échelle en Y

 $\alpha = kf$ Distance focale en X, en pixel

eta=lf Distance focale en Y, en pixel Si les pixels sont carrés : lpha=eta, comme dans les caméras récentes

Paramètres internes

L'angle θ entre les axes du système de coordonné (skew)

$$\mathcal{K} = \begin{bmatrix} \alpha & -\alpha \cot \theta & u_0 \\ 0 & \beta/\sin \theta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Matrice triangulaire supérieure
- PAS défini à un facteur d'échelle ($\mathcal{K}_{33}=1$)
- 5 paramètres au maximum
 - Mais 3 pour les caméras récentes
 - $\alpha = \beta$, $\theta = 0$

Modèle complet

$$\mathcal{M} \ = \ \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha & -\alpha\cot\theta & u_0 \\ 0 & \beta/\sin\theta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{internes}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & 0 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & 0 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{externes}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \mathcal{K} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^{\top} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^{\top} & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \mathcal{K} \mathcal{R} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{t} \end{bmatrix}$$

$$= \mathcal{K} [\mathcal{R} \quad \mathcal{R} \mathbf{t}]$$

Autre notation :

$$\mathcal{M} = \mathcal{K} \begin{bmatrix} \mathcal{R} & -\mathcal{R}\hat{\mathbf{C}} \end{bmatrix}$$

οù

- ullet $\hat{\mathbf{C}}$: Le centre de la caméra dans \mathbb{R}^3
- On dit aussi caméra fini : le centre n'est JAMAIS à l'infini

Caractéristiques de \mathcal{M}

On pose

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} \mathcal{A} & \mathbf{b} \end{bmatrix}$$
 et $\mathcal{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1^\mathsf{T} \\ \mathbf{A}_2^\mathsf{T} \\ \mathbf{A}_3^\mathsf{T} \end{bmatrix}$

- La projection est perspective si : $\det(\mathcal{A}) \neq 0 \text{, autrement dit, } \operatorname{rang}(\mathcal{A}) = 3$
- Le axes de l'image sont à 90 degrés (*zero-skew*) si :

$$(\mathbf{A}_1 \times \mathbf{A}_3)^\mathsf{T} (\mathbf{A}_2 \times \mathbf{A}_3) = 0$$

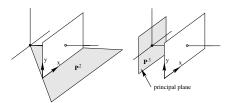
- Le ratio d'aspect est 1 si :
 - 1- zero-skew

2-
$$(\mathbf{A}_1 \times \mathbf{A}_3)^\mathsf{T} (\mathbf{A}_1 \times \mathbf{A}_3) = (\mathbf{A}_2 \times \mathbf{A}_3)^\mathsf{T} (\mathbf{A}_2 \times \mathbf{A}_3)$$

Caractéristiques de \mathcal{M}

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_1 & \mathbf{m}_2 & \mathbf{m}_3 & \mathbf{m}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1^\mathsf{T} \\ \mathbf{M}_2^\mathsf{T} \\ \mathbf{M}_3^\mathsf{T} \end{bmatrix}$$

- \bullet $\mathbf{m}_{1,2,3}$: points de fuite en X,Y,Z
- ullet \mathbf{m}_4 : projection de l'origine du monde dans l'image
- ullet $\mathbf{M}_{1,2}{}^\mathsf{T}$ Plan passant par l'axe des Y et X de l'image
- \bullet $\mathbf{M_3}^\mathsf{T}$: Plan principal





Attention au livre de Forsyth et Ponce

Nous utilisons:

$$\mathbf{p} \propto \mathcal{M}\mathbf{P} = \propto \mathcal{M} \begin{pmatrix} X & Y & Z & 1 \end{pmatrix}^\mathsf{T}$$

avec $\mathbf{p} \in \mathbb{P}^3$ et donc

$$\hat{\mathbf{p}} = \begin{pmatrix} X/Z & Y/Z \end{pmatrix}^\mathsf{T}$$

Dans le livre, ils font souvent

$$(\hat{\mathbf{p}}^\mathsf{T} \quad 1)^\mathsf{T} = \mathbf{p} = \frac{1}{Z} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{P}$$

- Notez les =
- C'est bon dans ce cas, mais c'est pas bon en général.

En général, il faut écrire plutôt

$$\hat{\mathbf{p}} = \begin{pmatrix} \mathbf{\underline{M}}_1^\mathsf{T} \mathbf{P} & \mathbf{\underline{M}}_2^\mathsf{T} \mathbf{P} \\ \mathbf{\overline{M}}_3^\mathsf{T} \mathbf{P} & \mathbf{\overline{M}}_3^\mathsf{T} \mathbf{P} \end{pmatrix}^\mathsf{T}$$

Caméra perspective générale

Matrice de projection perspective : $\mathbb{P}^3 \to \mathbb{P}^2$

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \end{bmatrix}$$

Projection sur un plan projectif

Décomposition :

 $\mathcal{M} = \begin{bmatrix} \mathsf{homographie} \ \mathsf{3} \ \mathsf{par} \ \mathsf{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathsf{homographie} \ \mathsf{4} \ \mathsf{par} \ \mathsf{4} \end{bmatrix}$

- Nos caméras sont euclidiennes
- ◆ Auto-calibration de caméra : projectif → euclidien (plus tard dans le cours)



Sommaire

- Introduction
- 2 Modèle perspective
- Modèle affine
- 4 Modèles de distorsion
- 6 Autres modèles

Profondeur d'une point 3D

Définition

Distance du point dans la direction de l'axe optique de la caméra

- Pas la même chose que la distance à la caméra!
- Caméra finie :

pour
$$h(x \ y \ 1)^{\mathsf{T}} = \mathcal{M}\mathbf{P} = \mathcal{M} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ H \end{pmatrix}$$

$$\operatorname{depth}(\mathbf{P}, \mathcal{M}) = \frac{\operatorname{sign}(\det \mathcal{H})h}{H\|\mathbf{h}^3\|}$$

avec

- $\mathcal{M} = \begin{bmatrix} \mathcal{H}_{3 \times 3} & \mathbf{m}_4 \end{bmatrix}$
- ullet ${f h}^3$ est la troisième rangée de ${\cal H}$



Caméra affine

Définition

Caméra dont la dernière rangée est de la forme $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T$.

inclus:

- Orthographique
- Orthographique à un facteur d'échelle (scaled othographic)
- Perspective faible
- Caméra à l'infini

N.B. : Les livres ont souvent des façons bien différentes de présenter les choses, avec différents termes pour la même chose

Caméra Orthographique

$$x = X$$
 $y = Y$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \propto \mathcal{M} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Si on ajoute une transformation rigide $\mathcal{H} = \begin{bmatrix} \mathcal{R} & \mathcal{R}\mathbf{t} \\ \mathbf{0}^\top & 1 \end{bmatrix}$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathcal{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^\mathsf{T} & \mathbf{r}_1^\mathsf{T} \mathbf{t} \\ \mathbf{r}_2^\mathsf{T} & \mathbf{r}_2^\mathsf{T} \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^\mathsf{T} & 1 \end{bmatrix}$$

avec ${r_i}^\mathsf{T}$ les rangés de \mathcal{R}

- Profondeur d'un point ne change rien à sa projection
- 5 degrés de liberté



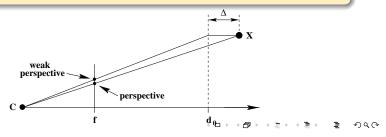
Caméra Perspective-Faible

$$x = \frac{X}{Z_r} \qquad y = \frac{Y}{Z_r}$$

avec Z_r , la profondeur de tous les points (souvent la moyenne de la profondeur des points 3D)

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_r \end{bmatrix}$$

Observez bien que Scaled orthographic et perspective faible sont la même chose avec une interprétation différente de k ou \mathbb{Z}_r .



Scaled orthographic ou perspective faible

Définition

Caméra orthographique avec un facteur d'échelle isotrope

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

le modèle complet est donc :

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^\mathsf{T} & \mathbf{r}_1^\mathsf{T} \mathbf{t} \\ \mathbf{r}_2^\mathsf{T} & \mathbf{r}_2^\mathsf{T} \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^\mathsf{T} & 1/k \end{bmatrix}$$



Caméra Perspective-Faible plus générale

$$x = \frac{\alpha}{Z_r} X \qquad y = \frac{\beta}{Z_r} Y$$

ullet Facteurs d'échelle différent en x et y

$$\mathcal{K} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{M} = \mathcal{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^\mathsf{T} & \mathbf{r}_1^\mathsf{T} \mathbf{t} \\ \mathbf{r}_2^\mathsf{T} & \mathbf{r}_2^\mathsf{T} \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^\mathsf{T} & 1 \end{bmatrix}$$



Encore plus générale

• on ajoute le skew pour les pixels et le point principal

$$\mathcal{K} = \begin{bmatrix} \alpha & -\alpha \cot \theta & u_0 \\ 0 & \beta/\sin \theta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{M} = \mathcal{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^\mathsf{T} & \mathbf{r}_1^\mathsf{T} \mathbf{t} \\ \mathbf{r}_2^\mathsf{T} & \mathbf{r}_2^\mathsf{T} \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^\mathsf{T} & 1 \end{bmatrix}$$

• Même matrice de paramètres internes que perspective



Caméra à l'infini

Autre explication au fait que la profondeur des points n'a pas d'influence sur leur projection :

Caméra affine ≡ à l'infini

On peut toujours interpréter une caméra affine comme une caméra à l'infini.

Le noyau droit de
$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ est }$$

$$\left(-\frac{m_{13}m_{22}-m_{12}m_{23}}{m_{11}m_{22}-m_{12}m_{21}} \quad -\frac{m_{13}m_{21}-m_{11}m_{23}}{m_{12}m_{21}-m_{11}m_{22}} \quad 1 \quad 0\right)$$

un point à l'infini!

Matrice de projection 2×4

• Hypothèse : point 3D de la forme $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} X & Y & Z & 1 \end{bmatrix}^\mathsf{T}$ on peut donc réécrire la projection :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Par simplement:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_{14} \\ m_{24} \end{pmatrix}$$

Caméra à l'infini : explication

Pour une caméra perspective

- Reculer la caméra le long de son axe optique
- zoomer, i.e. augmenter la distance focale

$$\mathcal{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^\mathsf{T} & -\mathbf{r}_1^\mathsf{T} (\hat{\mathbf{C}} - t \, \mathbf{r}_3) \\ \mathbf{r}_2^\mathsf{T} & -\mathbf{r}_2^\mathsf{T} (\hat{\mathbf{C}} - t \, \mathbf{r}_3) \\ \mathbf{r}_3^\mathsf{T} & -\mathbf{r}_3^\mathsf{T} (\hat{\mathbf{C}} - t \, \mathbf{r}_3) \end{bmatrix}$$

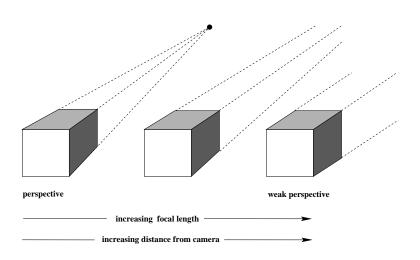
qu'on peut simplifier par

$$\mathcal{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^\mathsf{T} & -\mathbf{r}_1^\mathsf{T} \hat{\mathbf{C}} \\ \mathbf{r}_2^\mathsf{T} & -\mathbf{r}_2^\mathsf{T} \hat{\mathbf{C}} \\ \mathbf{r}_3^\mathsf{T} & -\mathbf{r}_3^\mathsf{T} \hat{\mathbf{C}} + t \end{bmatrix} = \mathcal{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^\mathsf{T} & -\mathbf{r}_1^\mathsf{T} \hat{\mathbf{C}} \\ \mathbf{r}_2^\mathsf{T} & -\mathbf{r}_2^\mathsf{T} \hat{\mathbf{C}} \\ \mathbf{r}_3^\mathsf{T} & d_t \end{bmatrix}$$

avec
$$d_t = -\mathbf{r}_3^\mathsf{T} \hat{\mathbf{C}} + t$$
 (...)



Caméra à l'infini : explication





Caméra à l'infini : explication





Caméra à l'infini : explication

(...)

On augmente la focale pour que la taille de l'image reste fixe :

$$\mathcal{K} \begin{bmatrix} d_t/d_0 & 0 & 0 \\ 0 & d_t/d_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r_1}^\mathsf{T} & -\mathbf{r_1}^\mathsf{T} \hat{\mathbf{C}} \\ \mathbf{r_2}^\mathsf{T} & -\mathbf{r_2}^\mathsf{T} \hat{\mathbf{C}} \\ \mathbf{r_3}^\mathsf{T} & d_t \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{M}_t = \mathcal{K} rac{d_t}{d_0} egin{bmatrix} \mathbf{r_1}^\mathsf{T} & -\mathbf{r_1}^\mathsf{T} \hat{\mathbf{C}} \ \mathbf{r_2}^\mathsf{T} & -\mathbf{r_2}^\mathsf{T} \hat{\mathbf{C}} \ rac{d_0}{d_t} \mathbf{r_3}^\mathsf{T} & rac{d_0}{d_t} d_t \end{bmatrix}$$

On maintenant, on pousse t à l'infini et ignorer $\frac{d_t}{d_0}$:

$$\lim_{t \to \infty} \mathcal{M}_t = \mathcal{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^\mathsf{T} & -\mathbf{r}_1^\mathsf{T} \hat{\mathbf{C}} \\ \mathbf{r}_2^\mathsf{T} & -\mathbf{r}_2^\mathsf{T} \hat{\mathbf{C}} \\ \mathbf{0}^\mathsf{T} & d_0 \end{bmatrix}$$



Caméra à l'infini : Profondeur d'une point 3D

$$\operatorname{depth}(\mathbf{P}, \mathcal{M}) = \frac{\operatorname{sign}(\det \mathcal{H})h}{H\|\mathbf{h}^3\|}$$

avec

- \bullet \mathbf{h}^3 est la troisième rangée de \mathcal{H}
- $\|\mathbf{h}^3\| = \mathbf{0}$ donc

$$\operatorname{depth}(\mathbf{P},\mathcal{M}_{\operatorname{affine}}) = \infty$$

Sommaire

- Introduction
- 2 Modèle perspective
- Modèle affine
- 4 Modèles de distorsion
- 5 Autres modèles

4 m >

Distorsions

Projection linéaire

Un modèle de projection linéaire implique que la projection d'une ligne de l'espace donne une ligne dans l'image

- Caméras perspectives
- Caméras affines de toutes sortes

Les distorsions d'images brisent cette hypothèse.



Distorsion radiale

Définition

Une changement d'angle de vue des rayons de vue de la caméra, par rapport direction théorique

- Aberration la plus importante : affecte nos mesures
- Doit être corrigée
- Fait partie des paramètres internes
- Affecté par le zoom/focus

Deux sortes

Barrel Rapprochement vers le centre de distorsion

Pincushion Éloignement

(On peut retrouver les deux types de distorsions dans une image)

Distorsion radiale (projection)

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \propto \mathcal{M}\mathbf{P}$$

$$\tilde{x} = x - x_c, \quad \tilde{y} = y - y_c,$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{x_d} \\ \tilde{y_d} \end{pmatrix} = \mathcal{L}_d(\tilde{r}) \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix}, \quad \tilde{r} = \| \begin{pmatrix} \tilde{x} & \tilde{y} \end{pmatrix}^\mathsf{T} \|$$

$$x_d = \tilde{x_d} + x_c, \quad y_d = \tilde{y_d} + y_c$$

$$L_d(r) = 1 + k_1 r + k_2 r^2 + k_3 r^3 + \dots$$

- $\bullet \ (x_c \ y_c)^\mathsf{T}$ est le centre de distorsion
- ullet L $_d$ approximation de Taylor de n'importe quelle fonction
- Parfois juste des puissances impaires

Distorsion radiale (correction)

Correction

On peut aussi définir la fonction en terme de correction de distorsion

$$\tilde{x_d} = x_d - x_c, \quad \tilde{y_d} = y_d - y_c,$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix} = \mathcal{L}_u(\tilde{r}) \begin{pmatrix} \tilde{x_d} \\ \tilde{y_d} \end{pmatrix}, \quad \tilde{r} = \| \begin{pmatrix} \tilde{x_d} & \tilde{y_d} \end{pmatrix}^\mathsf{T} \|$$

$$x = \tilde{x_d} + x_c, \quad y = \tilde{y_d} + y_c$$



Sommaire

- Introduction
- 2 Modèle perspective
- Modèle affine
- 4 Modèles de distorsion
- 6 Autres modèles

Decentering distorsion

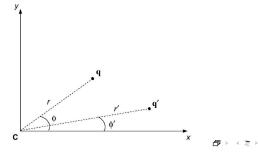
Lorsque les lentilles composants l'objectif de caméra ne sont pas parfaitement perpendiculaires par rapport à l'axe optique

• Souvent négligeable

Coordonnées polaires $\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}^\mathsf{T} o \begin{pmatrix} \phi & r \end{pmatrix}$

$$\Delta T_x(r,\phi) = P_1 r^2 (1 + 2\cos^2(\phi)) + P_2 r^2 \sin(\phi) \cos(\phi)$$

$$\Delta T_y(r,\phi) = P_2 r^2 (1 + 2\sin^2(\phi)) + P_1 r^2 \sin(\phi) \cos(\phi)$$

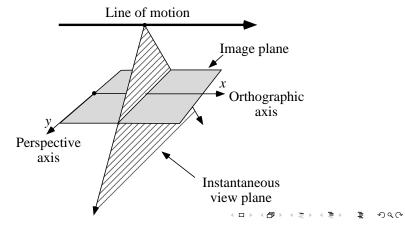


Caméra linéaire

Pushbroom camera

Camera constitués d'un senseur qui capture une seule ligne à la fois et qui change de position

- Certains télescopes
- Scanner papier



Caméra omnidirectionnelle

Définition

Caméra ayant un champs de vision plus large que ce qui peut être atteint par une caméra perspective conventionnelle (donc plus de $180~{\rm degr\acute{e}s}$)







Caméra catadioptrique

Définition

Lorsque le système optique de la caméra inclue un miroir

Exemples:

- Caméra panoramique (omnidirectionnelle)
- Téléobjectif (mirror lens)







Caméra à point de vue unique/multiples

Single Viewpoint (SVP)

Lorsque les rayons de vue s'intersectent tous au centre optique (effectif)

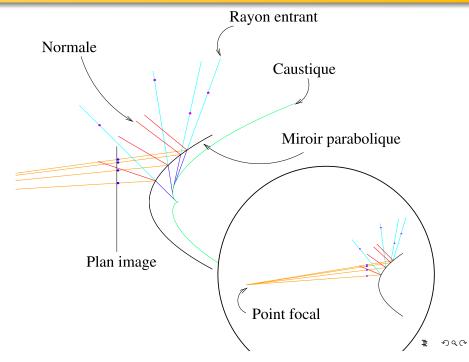
• La majorité des caméras et des modèles

Non-Single Viewpoint (NSVP)

Lorsqu'il y a plusieurs centre optiques effectifs

• Surtout pour les caméras catadioptriques

Caméra catadioptrique NSVP et Caustiques



Caméra génériques ou générales

Définition

Pour chaque pixel, on associe un rayon dans l'espace (Lookup table)

- Toute sorte de distortion
- Multi-caméras et donc NSVP
- Coûteux en ressource

FIN

Certaines figures sont la courtoisie de R. Hartley et A. Zisserman Multiple View Geometry in Computer Vision, 1ère Édition,2002

Prochaine leçon

- Calibration de caméra (perspective)
- Géométrie épipolaire

