

Devoir 2

IFT6155 A2009

A remettre le jeudi 15 octobre 2009

Question 1

La porte de Fredkin est une porte qui agit sur 3 bits et qui inverse la valeur des fils 2 et 3 si le premier fil contient un 1. Formellement $F(0, x, y) = (0, x, y)$ et $F(1, x, y) = (1, y, x)$. Montrez qu'avec la création de bits cette porte est universelle.

Dites pourquoi la négation N et le ou exclusif $CNOT$ ne sont pas universels.

Question 2

Soit f une fonction bijective sur n bits pour laquelle vous possédez une description d'un circuit classique calculant f et f^{-1} . Montrez comment construire un circuit réversible F tel que $F(x, 0) = (f(x), 0)$. Qu'arrive-t-il si f est une bijection à sens unique, c'est-à-dire facile à calculer, mais difficile à inverser?

Question 3

Montrez en détail le comportement du deuxième circuit $C^2 - X$ (celui avec 6 portes C et 10 portes unaires) sur l'état de base $|111\rangle$.

Question 4

Démontrez les identités suivantes.

1. $Z = iYX$
2. $Z = HXH$
3. $CX_{[1]}C = X_{[1]}X_{[2]}$
4. $R_{z[1]}C = CR_{z[1]}$

Question 5

Trouvez les 8 vecteurs propres ainsi que les 8 valeurs propres de l'opérateur unitaire $C^2 - X$. En d'autres mots, trouvez 8 états $|v_i\rangle$ tels que $C^2 - X |v_i\rangle = \lambda_i |v_i\rangle$. Notez que $|\lambda_i| = 1$ pour tout i .

Question 6

Montrez que l'état $|\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle)$ reste invariant si on effectue la même opération unitaire U sur chaque qubit.

$$\forall U, U \otimes U |\Psi^-\rangle = e^{i\theta} |\Psi^-\rangle$$

Question 7

Évaluez le circuit suivant sur $|\psi\rangle |0\rangle |0\rangle$. (Dans le circuit $S = Z$)

